

珠算手冊

廖伯華 著



香港 文化供應社 印行

珠 算 手 册

珠算手冊

印翻准不★權作著有

民國三十五年四月港一版

基本定價三元一角

(外埠酌加郵運費)

著作人 廖伯華

發行人 陳劭先

印刷者 大千印刷出版社

香港干諾道中一二四號

發行所

香港
廣州
桂林
上海

文化供應社

編輯大意

- 一、這本書的用場，第一是供給會計學校，練習生訓練班等作為教本，第二是供給小學教師作為教學的參考，第三是供給銀行公司商店等一般練習生店員學徒作為自修的讀物，第四是供給一般出納員，財務員，統計員，測量員等作為公餘補習的材料。
- 二、這本書的內容，第一是整小數的加減乘除（乘方）開（開方），第二是複名數的加減乘除，第三是加減乘除的速算法和省略算法。關於「怎樣開始學習」，「怎樣依次學習」，「怎樣扼要學習」等等都隨時十分注重；因此，本書不論在教授上學習上，都可以有多少的幫助。編排次序，由淺入深；因此，讀者可以依次學習，循序漸進。
- 三、這本書的敘述，依照算術計算上自然發展的次序，

使數學上的理論和技術打成一片。比方，由正負數發生加減，由加減發展到乘除，由乘除發展到器開，都用了一貫的系統的敘述。凡是提到計算技術的地方，都指出了所依據的數學理論；凡是提到數學理論的地方，又都指出了計算事實上的來源。

四、這本書對於算盤，提出了一個改進進一步的計劃。這個計劃，編者曾經用「張健」那個筆名，在「小朋友珠算」那部小冊子裏發表過。現在在這本書裏面，更加具體的提出來，希望社會人士加以批評，指正，宣傳，採用。不過，在這本書裏面的說明上，還是用的舊式算盤。因為在新式算盤還不曾被大家採用以前，採用本書的人，還只有舊式算盤作為他練習打盤的工具。

五、這本書對於口訣，也提出了一些改進計劃。比方，把除數一位的口訣分做三類，使他們的類數減少，每一類的界限分明，容易學習和記憶，便是。並且，還指出：對於口訣，應當怎樣在反復練習的過程當中去學習，去瞭解；不應當一開始就死背口訣，然後再去學習打盤。不過，本書裏面所採用的，還是舊的口訣；這也是因為在新的口訣還不曾被大家採用以前，或許有一些拿本書作為教本人的，一時候還不容易改變他應用舊的口訣的習慣。

六、這本書的習題裏面，第一是「事實題」，儘是採用

日常生活裏面的材料，不採用奇僻古怪的材料。第二是「基礎題」，儘是採用有代表性的材料，不採用繁雜艱深的材料。第三是「反復練習題」，使在打盤上有多次的練習。第四是「每題都寫出答案」，使能夠由自己檢正錯誤。^{*}

七、這本書的文字，在編者的主觀上，希望能夠寫得儘可能的淺顯通俗，使文字修養比較差欠一點的人，也可能把他看懂。希望不會因為文字上間隔，便連珠算也學不通。因此，本書的字數雖說比較多了一些，學習起來，好像要多費去一點時間。但是，這本書如果能夠使得許多人對於珠算都能夠「無師自通」，那就對於讀者們總算不是沒有補償了。

廖伯華 民國三十年十月一日在桂林

原
书

缺

页

原
书

缺

页

目 錄

一、	起頭的話.....	9
二、	今天的算盤和明天的算盤.....	15
三、	讀數讀數和撥珠的法子.....	19
	習題一.....	29
四、	從正負數到加減法.....	30
	習題二.....	32
五、	整數和小數的加法.....	34
	習題三.....	42
	習題四.....	47
	習題五.....	49
六、	整數和小數的減法.....	51
	習題六.....	57
	習題七.....	60

習題八	63
七、整小數的加法和減法	64
習題九	72
八、整數和小數的乘法(上)	73
習題十	85
九、整數和小數的乘法(中)	87
習題十一	101
十、整數和小數的乘法(下)	104
習題十二	107
十一、整數和小數除法(上)	108
習題十三	120
十二、整數和小數的除法(中)	124
習題十四	137
十三、整數和小數的除法(下)	140
習題十五	147
十四、整小數的乘法和除法	148
習題十六	155

一 起 頭 的 話

我國的珠算，是有丁長期的歷史的。

在漢徐岳的「數學記遺」上，已經說到了算盤的構造。

在元朝朱世傑所著的「算學啓蒙」上，已經說到了「九歸除法」；在安止齋何平子合著的「詳明算法」上，更提到了「撥歸起一」這樣一類的東西。

從這些零星的記載上，我們已經可以看出：珠算在我國，的確是有了長期發展的歷史，而不是一件偶然興起來的東西。

在目前的中國，不論是城市，或是農村；也不論是商人或是農民；在他們的家裏，每每都有一個算盤。珠算像這樣流傳得普遍，當然也不是一件偶然的事情。

不過，在目前，我們還不曾根據中國社會發展史，

把中國的算學史，好好的整理出來；從這裏，附帶說明中國珠算過去發展的過程，並且指出他以後的發展方向，和應該怎樣發展罷了。

然而，就我們一般的推斷看來，至少，他一下子並不會消滅，卻還有他存在的理由；並且，甚至還有他更向前發展的可能性：——

第一，在中國算學的發展史上，珠算是從籌算發展得來的。或者是：因為珠算比較的來得「簡便」，就起來代替了那種比較繁難的籌算。從這裏，我們就可以看出：珠算在他的發展過程中，是經過了一番歷史的選擇的。

第二，我國自從開辦學校以來，在算學課程上，一般的是偏重筆算。對於中國過去，且現在還普遍運用着的珠算，至多也只放在副次的地位。然而，在一般人的日常生活上，他們是不管學校裏正在怎樣的提倡着筆算，他們還是繼續的運用着珠算的。不單只老百姓算；就送子弟進學校讀書，在算學上的希望，是在學習一點珠是從一般中小學甚至大學畢業出來的學生，在服務上，也還是不得不首先去補習一點珠算。這中間卻也並沒有什麼深奧的理由，就只是因為：在加減乘除的日常計算上，珠算要比較筆算「迅速」過多少倍罷了。

第三，在中國目前的大都市裏，有些大公司，大洋行採用了計算機。這在迅速一點上，尤其在準確一點上

，實在又超過珠算了。但是，因為計算機的價錢很貴，比不上算盤那麼樣來得「便宜」。在這一點上，便又使得一般的大公司，大洋行也不得不讓算盤這種東西和計算機同時存在了。

第四，計算尺那種東西，在攜帶上也和算盤一樣，是很便當的；但是，價錢卻也很貴。還有一個最大的缺點，就是他不能計算加法和減法。在這一點上，他又沒有珠算在日常生活上那樣的「切合實用」了。

計算上的簡便和迅速，算盤的價錢很便宜，以及在日常生活上的切合實用，這就是珠算在今天還能夠存在的理由；並且，就因為這些，他還有繼續向前發展的可能性。

不過，在目前，一般人對於珠算還有兩種不正確的態度：——

第一是守舊的態度。比方，目前珠算書籍的陳舊，珠算教法的呆板，甚至稍微懂得一點珠算的人，對於那些想要學習一點珠算的人，還表示着一種保守祕密的態度。——這樣的一些，似乎也還是一種封建性在珠算這個角落裏的表現。

第二是鄙棄的態度。比方，有些人過分強調心算的長處，說：一般的小販不用算盤也能夠計算得很好。甚至還說：依賴算盤是一種惡習慣；小孩子用慣了算盤，到將來手邊沒有算盤的時候，就不會計算。他們同時

又過分強調筆算的長處，卻又不能指出在中國目前這樣一個國度裏，要怎樣才能夠把筆算變成自己的血肉。——這樣的一些，似乎也還是一種過分的歐化在珠算這個角落裏的表現。

目前因為有這兩種不正確的態度存在；所以：——

第一，在學校裏頭，雖然也規定要附帶的教一點珠算；但是，在實際上，卻還是教的很少。在教法上，也還是因襲過去的那一套。

第二，一般中小學乃至大學畢業出來的學生，對於珠算只認做一種筆算以外的，不關輕重的技術。因此，除非他們在職業上臨時逼着去學習一點珠算以外，卻從不曾把珠算這種東西看做每一個人必須具備的常識。

我們目前在珠算上的工作：——

第一，應該把他的長處，特別的發揚起來。比方，珠算的長處是在他的簡便迅速，我們便應該在這一方面使他更加發展。

第二，應該把殘餘下來的保守性徹底的肅清。比方，在口訣上只重背誦不重理解，在教學上只重籠統不重分析等等，都應當根本的改正。

第三，應該把在算學上那種過分歐化的態度改變過來。比方，矯正鄙棄珠算的態度。但是，同時也還是要把筆算上一般的正確理論，運用到珠算上來，使得珠算在運用的範圍上更加廣泛。

比較具體的辦法，應該是：——

第一，初學算學的人，尤其是小學生，應該先從珠算學起。如果和筆算同時學習，也要把珠算放在主要的地位。

有人說：在珠算上，因為多了一層五進的手續，所以比較起筆算來，要難學一些，所以應該比較筆算稍微學得後一點。但是，恰巧相反，就因為「五」這個數目比較「十」那個數目要小一半，在小孩子數觀念發達的初期，正好首先學習了五進，然後再去學習十進。並且，中國人的數數，是一五一十的數着下去的；因此，五進這個觀念，也正是中國人在數數上一個比較十進還要更加基本一點的東西，更應該特別早一點注意。

第二，目前一切學校的學生，凡是過去不曾學習過珠算的，都應該自動的補習珠算，或者由學校當局定出一個特殊的時間來，替全部的學生補習珠算。

第三，已經在各種學校畢業的學生，如果是在充當店員，會計員，統計員，財務員，那自然是一定要補習珠算的。就是在社會上充當一般的職員，從事一種不大要計算數目的職業，也應當把珠算學習得完好。

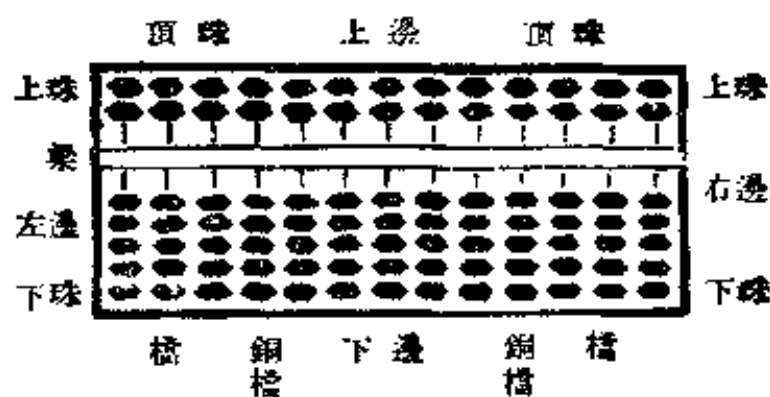
第四，所有師範學校或者師範科的學生，尤其是目前正在充當小學教師的人們，都應該把珠算學習完全，練習純熟；尤其要把珠算教學的方法多用一點時間去研究一下。

本書就是在珠算的學習上，同時也是在珠算的教學方法上，想來供給以上所指各方面的一個具體的參考資料。

二 今天的算盤和明天的算盤

珠算上用的算盤，也有他一段發展的歷史；不過，因為在這裏沒有必要，所以就不去說他了。

現在來說明今天的算盤罷。



(圖一)

這就是今天一般人所用的算盤。

算盤的四周都叫做邊。在上的叫做上邊，在下的叫做下邊，在左右的叫做左邊右邊。

這許多像珠子一般的圓木，都叫做算珠。這些貫穿算珠的柱子都叫做檔。這根穿檔的橫木就叫做梁。

每一個檔上都有七顆算珠。在梁以上的有二顆，在梁以下的有五顆。在梁上的就叫做上珠；在梁下的就叫做下珠。兩顆上珠當中的最上一顆又叫做頂珠；五顆下珠當中的最下一顆又叫做底珠。

每一個算盤的檔數，在習慣上都是單數的；比方，九檔，十一檔，十三檔等等。

× × ×

在隨便的哪一檔上，每一顆下珠都當作一；每一顆上珠都當作五。有的時候，那顆頂珠還可以暫時當做十。

在隨便相鄰的兩檔上，左一檔的一顆下珠，總是當做右一檔一顆下珠的十倍。左一檔的一顆上珠，也總是當做右一檔一顆上珠的十倍。

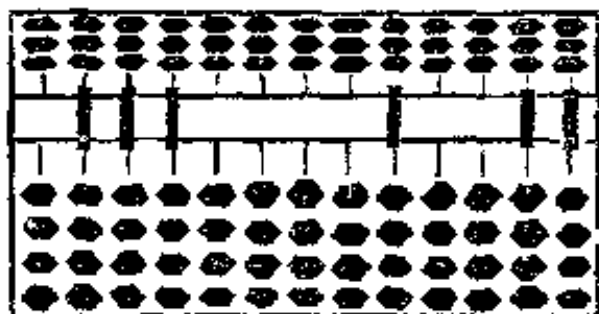
隨便哪一檔都可以認做單位。

在一個比較精緻一點的算盤上，每每有兩個銅檔。比方，在有十三檔的算盤上，那從左到右的第四檔和第十檔有時候都是銅檔。

在這種有銅檔的算盤上，這種銅檔，常常就用來做單位。因為這樣就容易記憶些，不容易弄錯。

× × ×

現在再來提出一種還在計劃中的算盤。



(圖二)

這種算盤，每一檔也有七顆算珠；不過，上珠倒有三顆，下珠卻只有四顆。

在橫梁上，又嵌有六片銅皮，可以向左右推動。這種銅皮，是決定單位的時候用的：銅皮推動到哪一檔，就是決定哪一檔為單位。

這種算盤有一些什麼好處呢？

第一，在今天一般人所用的算盤上，沒有表示單位的東西；雖說有些算盤上有兩個銅檔，可以表示單位；但是那種銅檔是固定的，在計算中單位變動的時候很不便當。

現在計劃中的這種算盤，那種橫梁上的銅皮是活動的，可以向左右推動的；所以在計算中單位有了變動的時候，用起來十分便當。

第二，在今天一般人所用的算盤上，上珠只有兩顆，在計算中時常發現不夠應用的現象。雖說有時候臨時可以把頂珠當十，卻又很容易弄錯。

現在計劃中的這種算盤，上珠有了三顆，這就用不

着要把頂珠臨時當十了。

第三，在今天一般人所用的算盤上，下珠一總有五顆；但是，那顆底珠被應用的時候是絕少的。因為要用到這顆底珠的時候，常常是因為滿了五顆，就改用了一顆上珠；或者是因為本檔滿了一十，就改用了左檔的一顆下珠了。

現在計劃中的這種算盤，下珠只要四顆，取消了這個不要用的算珠。

× × ×

關於算盤改良的計劃，在「科學的中國」第五卷第二期上，還有人提出過另外的一種，雖說那在計劃中的算盤，還嫌笨重了一點，讀者們卻還是可以拿來作為一種參考的。

本書以後，對於今天的算盤，有時又叫他做舊式的算盤；對於上述還在計劃中的算盤，有時又叫他做新式的算盤。

三 置數讀數和撥珠的法子

算盤上的數目，是用算珠和算珠所在的位置來表示的：

算盤上的算珠要撥到靠着梁才算是置了數目。所以，當算盤上的算珠全部都靠着邊，上珠都靠着上邊，下珠都靠着下邊的時候，那就是表示沒有置數。也可以說，那時候算盤上的數目是「沒有」，是「零」。

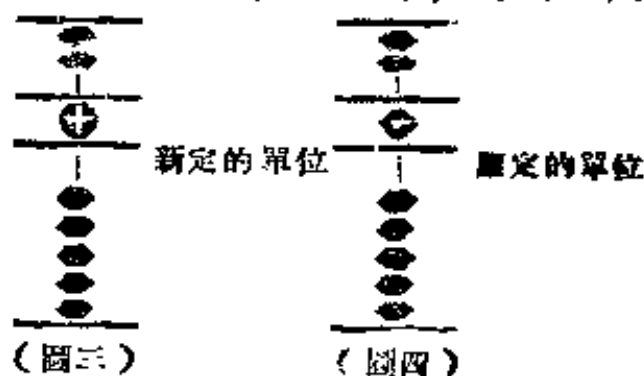
零是數目的起點；因此，我們每一次置數，在開始的時候，總是要把全部的上珠撥到靠着上邊，全部的下珠撥到靠着下邊。這樣，也就是做了置數的準備。

x x x

有了準備以後，置數的第一步工作就是認定一檔做單位。在有銅檔的算盤上，可以認定銅檔為單位；在新式算盤上，可以臨時認定一檔，並且把銅皮推動到這一

檔上，就把那一檔做單位。

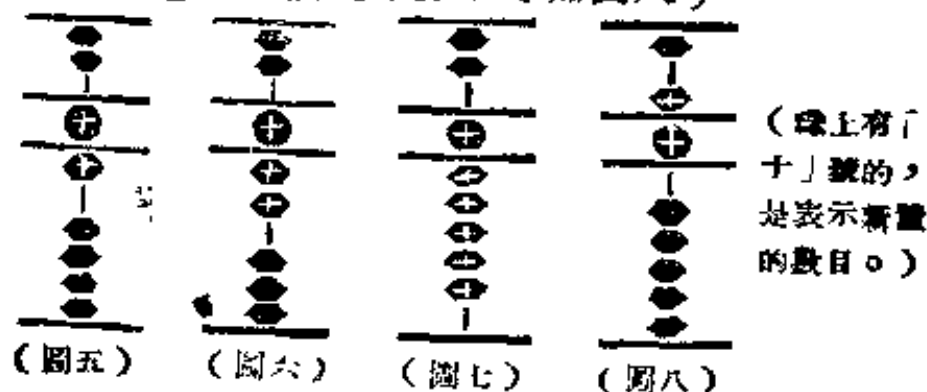
本書是在某一檔的梁上畫一個圈子，來表示單位；並且在那個圈子裏面，再畫上一個「十」號，表示「新定的單位」（如圖三）；有時候，在圈子裏面畫上一個「一」號，那就是表示「原定的單位」（如圖四）。



× × ×

在單位上要置「一個」，就撥一個下珠靠梁（如圖五）；要置「二個」，就撥二個下珠靠梁（如圖六）；要置三個或四個，就撥三個或四個下珠靠梁。

但是，如果要置「五個」，在一般的算盤上，就有兩種置法：第一種置法是撥五個下珠靠梁（如圖七）；第二種置法是撥一個上珠靠梁（如圖八）。



不過，第一種置法是常常不用的。因為在珠算上採用了「五進」的方法。凡是滿了五個下珠的時候，都要改換成一個上珠。

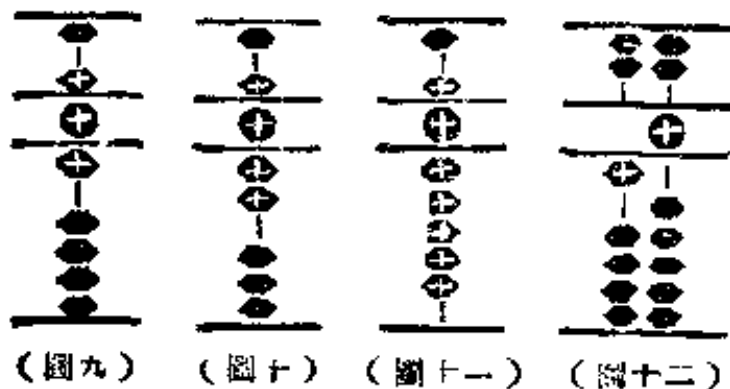
從這裏，我們也可以看出：在今天一般人所用的算盤上，那個底珠是沒有用處的。

× × ×

在單位上要置「六個」的時候，就撥一個上珠靠梁，同時再撥一個下珠靠梁；這兩個珠合起來便是表示「六個」（如圖九）。

要置「七個」的時候，就撥一個上珠靠梁，同時再撥二個下珠靠梁（如圖十）；要置「八個」或「九個」的時候，就撥一個上珠靠梁，同時再撥三個或四個下珠靠梁。

但是要置「十個」的時候，在一般的算盤上，也有兩種置法：第一種置法是撥一個上珠靠梁，再撥五個下珠靠梁（如圖十一）；第二種置法是在單位的左邊那一檔上，撥一個下珠靠梁（如圖十二）。



不過，第一種置法，也是常常不用的。因為珠算上一般的也是採用了「十進」的方法。

在單位的左邊一檔，就是十位；再左一檔，便是百位；再左過去，便是千位，萬位等等。

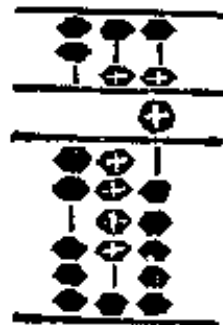
因此，在單位上滿了十個的時候，就改成十位上的一個了。同樣，十位上的十個，也要改成百位上的一個，等等。

× × ×

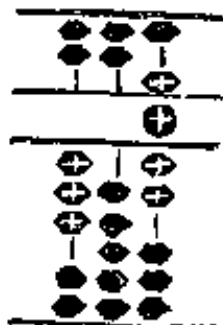
如果要置一個比較大一點的數目，那就把要置的個數，置在單位上；要置的十數，置在十位上；要置的百數，置在百位上；等等。不過，置這種數目的次序，不是先從單位置起，再從右向左置去的。而是要從數目的首位置起；再在算盤上從左向右，一位一位的繼續置下去的。

如果遇着那個數目的中間有零，或者那個數目的末尾有零，那就要把那些有零的位子空着。

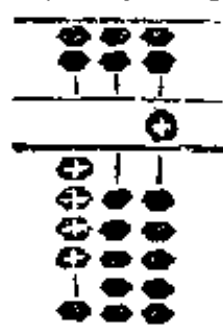
下面各圖所置的數目是：295,307,400,5008，如：
(圖十三)，(圖十四)，(圖十五)，(圖十六)。



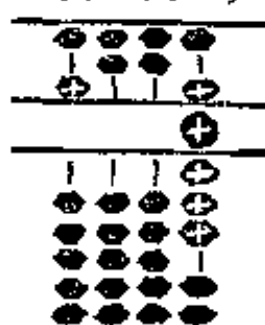
(圖十三)



(圖十四)



(圖十五)



(圖十六)

× × ×

以上所說的是整數的置法，現在再來說小數的置法。

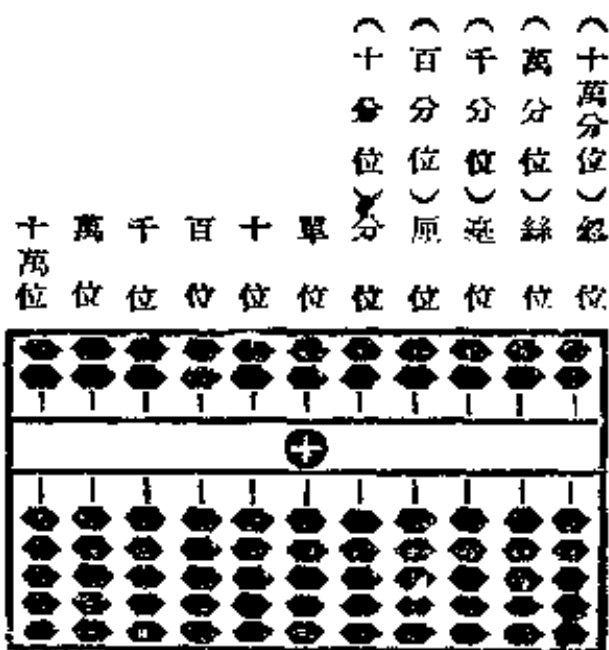
整數是十進數，小數也是十進數；所以，在算盤上，整數和小數是接連下去沒有間斷的。

當我們認定了一個單位的時候，單位的左邊各位都是整數；單位的右邊各位，便都是小數了。

由單位向左邊走，一位一位的數目都是「十進」的。由單位向右邊走，一位一位的數目卻都是「十分」的。

比方，在整數裏面，十個「一」就進成一個「十」；十個「十」，就進成一個「百」，等等。在小數裏面，從左向右，就是一個「一」可以分成十個「分」；一個「分」可以分成十個「厘」；等等。

再，「一分」是「一個」的十分之一；所以，分位上的數目又叫做十分之幾。「一厘」是「一個」的百分之一；所以，厘位上的數目，又叫做百分之幾。再以下，叫做千分之幾，萬分之幾等等（如圖十七）。



(圖十七)

我們要置一個小數的時候：——

第一，首先在盤上認定一檔做單位。

第二，從單位起，向右邊一位一位的認清那小數分厘毫絲等的位子。

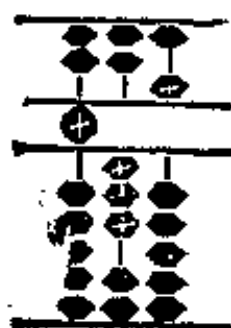
第三，把要置的小數，從左向右，依着算盤上小數的位子，一位一位的置上去。

第四，如果要置的數目是一個帶小數；那末，首先要在單位左邊的各檔上把整數置好；然後在單位右邊的各檔上繼續把小數置好。

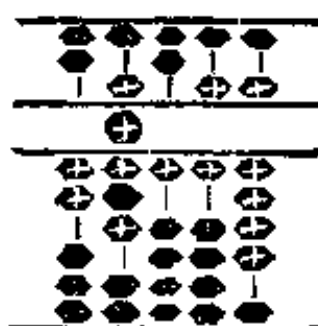
第五，如果遇着那個小數的中間有零，或者是整數和小數的中間有零，那就把那個有零的位子空起來。

比方，百分之三十五石，二十八又千分之一百六十

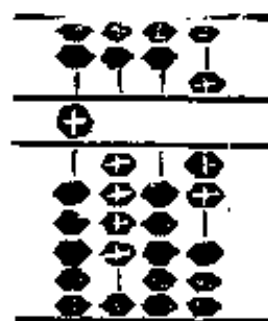
九丈，千分之四百零七兩，四十又百分之七尺，這四個數目，在盤上置出來就是圖十八，圖十九，圖二十，圖二十一。



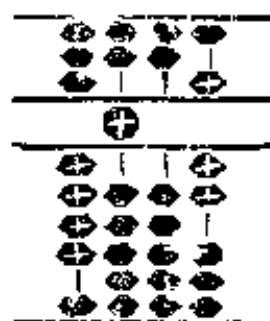
(圖十八)



(圖十九)



(圖二十)



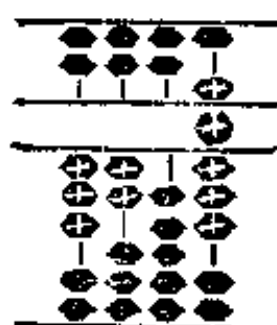
(圖二十一)

× × ×

如果遇着已經置好了的數目要讀出來，那就：——

第一，首先要認出他的單位在哪裏。

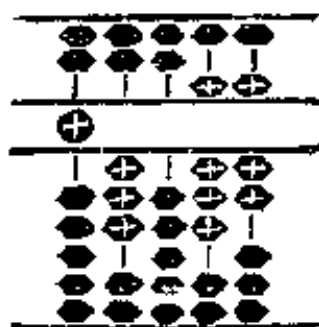
第二，如果是一個整數，那就從單位起，向左邊一位一位的推去，認出那個數目的首位是什麼位子。再從首位起，向右邊一位一位的讀起出來。比方，圖二十二上的數目，首位是千位，讀出來便是三千二百零八。



(圖二十二)

第三，如果是一個小數，又是不名數，那就有兩種讀法。第一個讀法是從單位起，從左向右，一位一位的讀出幾分幾厘幾毫幾絲等。第二個讀法是：首先認出那個小數最末的一檔是在什麼位子。如果是十分位，就讀十分之幾；如果是百分位，就讀百分之幾；等等。

比方，圖二十三上的數目：——

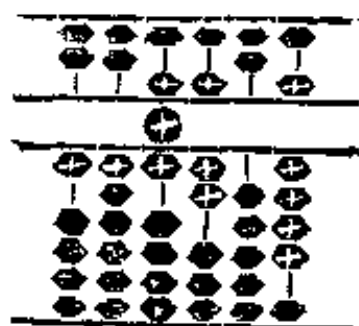


(圖二十三)

依照第一個讀法，便讀做：三分零八毫七絲；依照第二個讀法，便讀做：萬分之三千零八十七。

第四，如果是個帶小數，那就首先讀出整數；再接讀一個「又」字；然後接着再讀小數。

比方，圖二十四上的數目：——



(圖二十四)

讀做一百零六又千分之七零零九。

第五，如果是名數，便在讀完全數的時候，接讀一個單位名詞；如果是帶小數，也可以在讀完整數部份的時候接讀一個單位名詞，然後再接讀小數部份。

比方，圖二十三的數目，如果單位是元數，那就可以讀做一百零六又千分之七零零九元，或者讀做一百零六元又千分之七零零九。

第六，如果盤上是十進的名數，又要把小數部份直接讀做複名數的時候，那末，按照那個名數各個單位的名詞依次讀下去就行了。

比方，圖二十三的數目，如果單位是元數，便可以讀做一百零六元七角零九厘。

× × ×

珠算最大的特點，就是迅速和簡便；我們要更加發揮這個特點，那就要練習怎樣撥珠。

撥珠，一般的人都是用右手的；但是，也有那樣的

人，他除了練習好應用右手以外，還練習了用左手撥珠。

用右手撥珠，對於指頭的用法，是有一定的法子的：

第一，如果要把下珠撥上去靠梁，那就要用大指；或者用大指和食指共同去撥。

第二，如果要把下珠撥下靠邊，那就要用食指，或者用食指和大指共同去撥。

第三，如果要把上珠撥下來靠梁，或者要把上珠撥上去靠邊，那都是用中指去撥。

從這裏，我們就可以知道，撥珠是只用大指食指和中指這三個指頭的。其餘的無名指和小指那兩個指頭是不用來撥珠的。

那些經常管理會計簿計的先生們，他們的右手，又要登記帳冊，又要打算盤；如果是放下筆再去打盤，打了盤又去拿起筆來寫，這樣就爲了放筆拿筆，佔去了許多時間，並且很不便當。因此，那些先生們在打盤的時候，便把筆尖朝上，夾在中指和無名指的中間，不把筆放下去；打完了盤的時候，又把筆倒轉來就寫，不要從枱子上再去拿筆，這樣就便當得多了。

至於，當一盤的計算剛在開始，或者是一盤的計算已經結束，又要從頭打起的時候，要把全盤上的上珠下珠，一齊撥去靠邊；這時候所用的指頭是食指中指無名

指和小指這四個指頭；並且是用着這四個指頭同時去撥的。

習 題 一

1. 把下列的各數，在算盤上記出來；——
23, 56, 70, 802, 0.41, 29.05,
5007, 6.008,
2. 把下述的各數，在算盤上記出來：——
(一)二十九又百分之五元，
(二)四百二十兩三錢零七厘，
(三)十四尺又十分之七，
(四)四十七丈五尺二寸六分。

生 立

四 從正負數到加減法

在一本帳簿上，有收入的款項，也有付出的款項。在一個寒暑表上，有零上的度數，也有零下的度數。同樣的情形，在營業上，有獲利也有虧本，在財產上，有資產也有負債；在時間上，有將來也有過去；在運動上，有向上也有向下，有向右也有向左，有向前也有向後；等等。

這些「收入」，「零上」等等的數目，和「付出」，「零下」等等的數目，性質上是恰相反的。

這種性質相反的數目，在世界上到處都存在著；並且，每兩種性質相反的數目，他們都是同時存在著。

這就是說：世界上不會只有收入的數目，卻沒有付出的數目。並且，不會是在這個人的帳簿上，只有收入的數目；在另一個人的帳簿上，卻只有付出的數目。

我們對於這種性質相反的數目，叫一種做正數，叫另一種做負數。

一般的說來，我們可以把收入的數目，叫做正數，把付出的數目，叫做負數；也可以反過來，把收入的數目叫做負數，把付出的數目叫做正數。不過，不能夠把兩種相反的數目，同時都叫做正數，或者同時都叫做負數罷了。

因此，我們若是已經把收入的數目叫做正數；如果又有付出的數目，那就是負數了。同樣，若是已經把付出的數目叫做正數；那末，如果又碰到了負數，那就是收入的數目了。

不過，在事實上，「收入」這一類的數目，他們所起的作用是積極的；「付出」一類的數目，他們所起的作用是消極的。因此，我們對於性質相反的兩種數目，並不像上述的那樣，用平等的眼光去看待；而是把「收入」一類的數目，看做主要的東西，把「付出」一類的數目，看做副次的東西。

也因此，在習慣上，總是把「收入」一類的數目，叫做正數，不叫做負數；把付出一類的數目，叫做負數，不叫做正數。

× × ×

在帳簿上，新發生一個收入的數目，那在財產的總數上，就發生了增加；如果是相反的事實，新發生了一

個付出的數目，那在財產的總數上，就發生了減少。

這就可見，有了收入，就發生了「增加」；有了付出，就發生了「減少」。

也可以這樣說，有了「正數」，就發生了「增加」；有了「負數」，就發生了「減少」。

因為要計算增加，所以在算學上就有了「加法」；因為要計算「減少」，所以在算學上就有了「減法」。

因此，我們說，因為世界上到處都有正負數，所以在算學上就有了加減法。

× × ×

因為正數和負數，在性質上是相反的；所以，當我們開始計算的時候，首先就要把這種相反的性質分別清楚。

如果我們把一個數目的性質弄倒了，比方，把收入的數目，看成了付出的數目，這在計算上就會要發生極大的錯誤。因為我們會把要增加的數目，不單只不去增加，並且反而去減少了。

認識數目的正負性質，是我們開始計算的第一件事情。

習 題 二

1. 若是把收入七千元叫做正七千元；那末，支付五千元叫做什麼？
2. 若是正五百元是表示獲利，那末負三百元是表

示什麼？

3. 若是把紀元後1941年叫做正數；那末，負50年是說的什麼時候？
4. 若是把零上80度叫做正數；那末，負數又在寒暑表的什麼地方？

五 整數和小數的加法

要是同類的東西，才可以合併起來；比方，米和米，是同類的東西，這才可以合併。若是不同類的東西，那就合併不起來；比方，米和時間，這兩下是不同類的東西，這就合併不起來了。

要合併，這就要採用加法。

× × ×

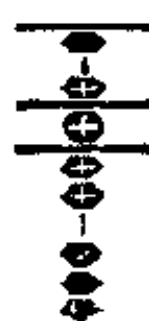
現在首先來說到一位數的加法。

關於一位數的加法，要分做四層來說：——

第一是：要加上幾個，就直接撥珠加上幾個。比方，要加上一個，就直接在單位上加上一個（如圖二十五）；要加上七個，就直接在單位上加上七個（如圖二十六）。



(圖二十五)



(圖二十六)

不過，在珠算上，不是把要加上的數目加上去就算的。當我們用指頭去撥珠，實行演算的時候，口頭上同時還要唸一種口訣（或者叫做歌訣）。比方，上述這種撥珠的法子，就有九句口訣：

一上一	二上二	三上三
四上四	五上五	六上六
七上七	八上八	九上九

這些口訣的起首一個字，都是指明心裏想要加的數目。末後的兩個字，都是指明撥珠的法子。「上幾」，就是指明要照那個心裏要加的數目，把算珠撥得靠近那個梁。把下珠撥得靠近梁，叫做「上」，把上珠撥得靠近梁，也叫做「上」。

當採用「五上五」的時候，在撥珠上有兩個辦法：第一個辦法是把一個上珠撥到靠梁；第二個辦法是把五個下珠撥到靠梁。不過，第二個辦法，在習慣上，大家總是不用的。因為珠算上採用「五進」的方法，所以滿了五個下珠的時候，就不用五個下珠，卻改用一个上珠

了。

從這裏，我們也可以看出：那顆底珠是沒有用的，可以廢掉的。

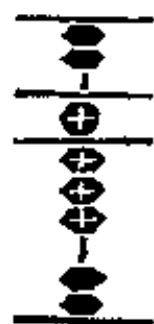
× × ×

第二是：當我們心裏想要加上幾顆下珠；但是，那些下珠卻是已經上過了。

當這種時候，我們就改上一個上珠。但是，改上一個上珠，這又比較心裏想要上的又上多了；所以同時又把那上多了的在下珠裏面撥去。

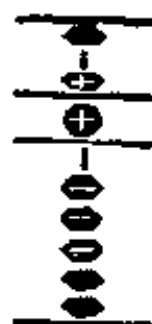
比方，我們想要加上兩個，卻因為下珠已經上過三個了；這時候想要把底下的兩顆下珠撥上，但那顆底珠又是常常不用的；所以，這時候就改上一個上珠。

這時候，心裏想要上的是「二個」，撥上的一個上珠是「五個」，這就多上了「三個」；所以，當我們撥上一個上珠的時候，同時又把下珠撥去「三個」。（如圖二十七，二十八）



已有的三個

（圖二十七）



撥上一個上珠，同時，
撥去三個下珠。

（圖二十八）

這裏所用的口訣是：「二下五去三」。「二」是指

心裏想要加上的兩個；「下五」是指撥上一個上珠靠梁；「去三」是指撥去三個下珠。

這類的口訣，總共有四句：

一下五去四 二下五去三
三下五去二 四下五去一

第三是：當我們心裏想要加上幾個，但在那個時候，檔上已經上好了的數目，和心裏想要加上的數目，合起來滿了十個。當這種時候，就把檔上已有的數目去掉，和心裏想要加上的數目，湊足「十個」，在這一檔的左邊一檔上撥上一個下珠。

比方，心裏想要加上八個，但這時單位上卻已經有了兩個，可以湊足十個；所以就把這兩個去掉，在十位上撥上一顆下珠。（如圖二十九，三十）



（圖二十九）

已有的二個



（圖三十）

在單位上撥去已有的二個，在十位上撥上下珠一個。

這裏所用的口訣是：「八去二進一」，「八」是心裏想要加上去的數目；「去二」是把本檔已有的二個撥去；「進一」是在左邊一檔上撥上一個。

在這裏，好像也可以不用「八去二進一」這個辦法：

第一，撥上一個上珠，同時又撥上三個下珠，這也是加上了八個。但是，那個底珠在習慣上是不用的；所以，這個辦法也用得絕少。第二，撥上兩個上珠，同時又把已有的兩個下珠撥去，這也是加上了八個。但是，那個頂珠在習慣上也是不大用的；所以，這個辦法也用得絕少。

總而言之，珠算上，在計算十進數目的時候，滿了十個總是要進到左一檔上去的。

像這種滿了十就進位的口訣也有九句：

一去九進一	二去八進一	三去七進一
四去六進一	五去五進一	六去四進一
七去三進一	八去二進一	九去一進一

× × ×

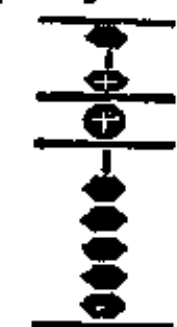
第四是：當我們心里想要加上六個，但是那時候單位上的上珠已經上了，不能夠再上；想要用「六去四進一」的法子，但是下珠又沒有四個；想要把那個上珠撥掉去湊足十個，但是又湊多了一個。

當這種時候，就把下珠撥上一個，同時又把那個上珠撥掉，再到十位上去撥上一個下珠。

又比方，心里想加上七個，這時候單位上的上珠已經撥上了，不能再上；想要用「七去三進一」的法子，卻又沒有三個下珠可以撥去。想要把那個上珠撥掉去湊足十個，但又湊多了兩個。

所以，這時候就把下珠撥上兩個，同時又把那個上

珠撥掉，再到十位上去撥上一個下珠。（如圖三十一，三十二）



(圖三十一)

已有的五個



(圖三十二)

單位上加上兩個下珠
撥去一個上珠
十位上加上一個下珠

這裏所用的口訣是「七上二去五進一」。「七」是心裏想要加上的數目；「上二」是在單位上撥上兩個下珠；「去五」是把單位上原有的那個上珠撥去；「進一」是在十位上加上一個。

這一類的口訣，總共有四句：——

六上一去五進一 七上二去五進一
八上三去五進一 九上四去五進一
× × ×

現在把上面所有加法的口訣列成一個表：——

什麼時候 做什麼用的 口訣	不進位的	進五的	進十的	去五進十的
加一用的	一上一	一下五去四	一去九進一	
加二用的	二上二	二下五去三	二去八進一	
加三用的	三上三	三下五去二	三去七進一	
加四用的	四上四	四下五去一	四去六進一	

加五用的	五上五		五去五進一	
加六用的	六上六		六去四進一	六上一去
加七用的	七上七		七去三進一	五進一去
加八用的	八上八		八去二進一	七上二去
加九用的	九上九		九去一進一	五進一去
				八上三去
				五進一去
				九上四去
				五進一

在珠算上，不論是加法，是減法，是乘法除法等等，都是有口訣的。不過：——

第一，有些人主張「不用口訣」；他們說只要能夠撥珠撥得不錯就行了，用不着再用什麼口訣。這種說法是不對的；因為用了口訣，就可以計算得更加迅速，發揮珠算的特點。

第二，在目前一般的珠算書上，都是先把口訣說明，然後再動手撥珠的。這種次序，是弄倒了的。因為口訣的發生，是在懂得撥珠的意義以後；並不是有人首先創造了口訣，然後才去撥珠的。

本書是主張要用口訣的；但是，口訣的應用，卻又和一般的珠算書上有一點不同；本書是主張在懂得了撥珠的意義，並且能夠實行撥珠以後，才開始應用口訣的。比方，本書上面所述加法的口訣，都是在懂得了並且實行了撥珠以後，才把加法的口訣提出來的。

× × ×

關於加法口訣的學習和練習，有兩種不同的次序：

第一種次序，是：首先學習不進位的口訣，再學習進五的口訣，最後才學習去五進一的口訣。

這種次序，是目前一般珠算書上所採用的。採用了這種次序，可以把不進位的口訣首先學習完畢，然後再去學習進五的口訣；學習了進五的口訣，然後再去學習進十的口訣；至於去五進一的口訣，比較上更加複雜一些，便可以留到最後來學習。

但是，這種學習的次序，也有一種毛病，那就是：
(1)爲了口訣去學習口訣，不是在打盤的實際需要上去學習口訣；(2)不會把同一個用場的（比方，加一用的）口訣，在同一個時候，錯雜比較的去學習；(3)練習的題目，在不曾把全部的口訣學習完畢的時候，受到很大的限制（比方，當在學習進五的時候，不能計算進十的題目）；(4)在學習進程上，只能夠把全部的口訣學習作爲一個整個的大單元，不能夠把這個大單元，分做幾個可以分開獨立的小單元去學習。

第二種學習次序，是：首先學習「加一用的」口訣，然後再去學習「加二用的」口訣，這樣繼續下去，一直學習到「加九用的」口訣。

這種學習次序，可以採用下列的九個題目做題材：

$$1. \quad 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=10$$

$$2. \quad 2+2+2+2+2+2+2+2+2+2=20$$

$$3. \quad 3+3+3+3+3+3+3+3+3+3=30$$

$$4. \quad 4+4+4+4+4+4+4+4+4+4=40$$

$$5. \quad 5+5+5+5+5+5+5+5+5+5=50$$

$$6. \quad 6+6+6+6+6+6+6+6+6+6=60$$

$$7. \quad 7+7+7+7+7+7+7+7+7+7=70$$

$$8. \quad 8+8+8+8+8+8+8+8+8+8=80$$

$$9. \quad 9+9+9+9+9+9+9+9+9+9=90$$

用這種題材和這種次序去學習初步的加法，有許多的好處：（1）口訣可以在練習的過程當中唸誦純熟，運用熟悉。（2）同一個用場的口訣（比方，加一用的）可以在錯雜比較的情境中學習清楚。（3）練習題一定，答案也簡單明瞭，可以做多次的反復練習。（4）每一題可以作為一個小的單元，獨立的成為一個小的段落。（5）這種學習次序，在初學珠算的成人，小學生，和合級教學的班次里都很適用。因為這種題材，教師講述的時間費得少；但在學生方面，可以做長時間的反復練習。並且，容易得到正確的結果，很能夠引起學習上的興趣。

x x x

習 題 三

$$1. \quad 1+2+3+4+5+6+7+8+9=?$$

$$2. \quad 2+3+4+5+6+7+8+9+1=?$$

$$3. \quad 3+4+5+6+7+8+9+1+2=?$$

$$4. \quad 4+5+6+7+8+9+1+2+3=?$$

$$5. \quad 5+6+7+8+9+1+2+3+4=?$$

$$6. \quad 6+7+8+9+1+2+3+4+5=?$$

$$7. \quad 7+8+9+1+2+3+4+5+6=?$$

$$8. \quad 8+9+1+2+3+4+5+6+7=?$$

$$9. \quad 9+1+2+3+4+5+6+7+8=?$$

× × ×

根據上述各題練習的經驗，知道加數一位的演算，
有一定的方法和次序：——

第一 首先在盤上認定一檔做單位。

第二 把被加數置到盤上去。這時候，被加數是幾，就用「幾上幾」的口訣。

第三 照加數的數目加上去。不過，加的時候，要隨時看清盤上的情形，選用恰當的口訣。口訣選定以後，就一面撥珠，一面唸訣。

第四 若是有許多個數的加數要連加，那就依照「第三」條的法子繼續計算。

第五 把加數完全加過了以後，那盤上的數目就是求得的和數。

× × ×

現在來說明多位數的加法。

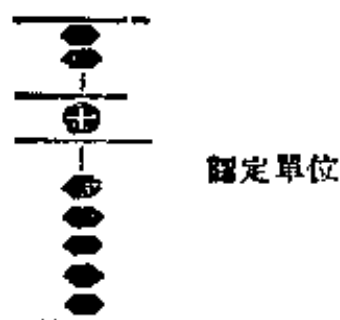
多位數的加法，也有一定的次序和方法：——

- 第一 首先認定一檔做單位，把被加數撥上去。撥珠的時候，是從左向右，先撥首位數，再撥次位數，最後才撥末位數的。
- 第二 把加數加上。加的次序，和筆算多位數加法的次序相反。這裏是從左向右的加去。首先加上加數的第一位，再加上第二位，第三位，一直加到加數的末位。
- 第三 每加一位都要選用一句恰當的加法歌。一面撥珠，一面唸歌。
- 第四 若是加數中間有空着的位子；那末，算盤上就要跳過那個位子不加。
- 第五 若是碰到要連續進位的時候，那就要連續進位。
- 第六 若是有許多個數的加數要連加，那就依「第二」「第三」「第四」「第五」的法子繼續計算。
- 第七 一直到把全部的加數完全加過了以後，那盤上的數目，就是求得的和數。

現在計算下列的一個題目做例子：

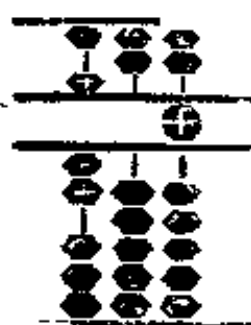
$$789+129+408+474=?$$

- 第一 首先認定一檔做單位：

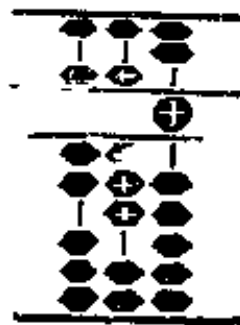


(圖三十三)

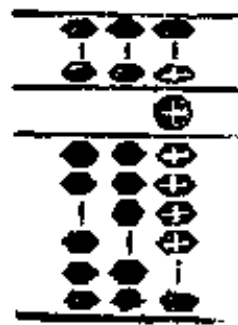
第二 把被加數撥上去，先撥第一位七，再撥第二位八，再撥第三位九。



(圖三十四)

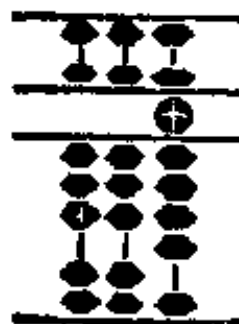


(圖三十五)

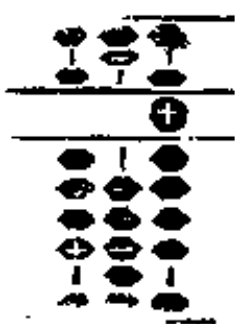


(圖三十六)

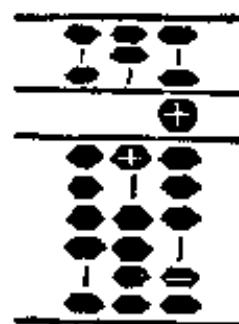
第三 把129加上。首先加百位上的1，再加十位上的2，最後加單位上的9。



(圖三十七)



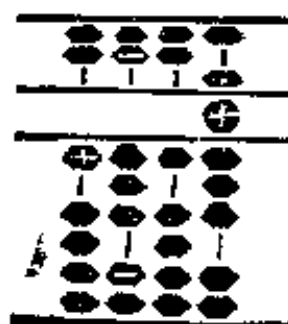
(圖三十八)



(圖三十九)

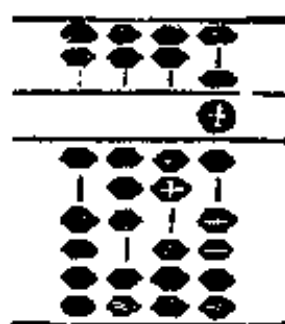
第四 把408加上。因為十位上是空着的位子，

所以，加到十位數的時候，就跳過那一位不加。



(圖四十)

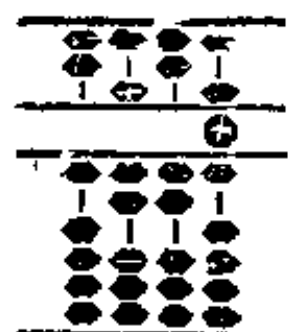
四去六進一



(圖四十一)

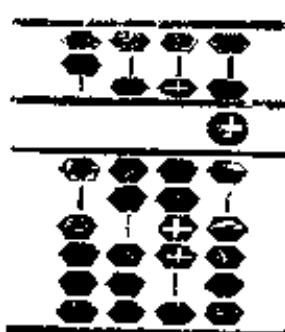
八去二進一

第五 把474加上去。



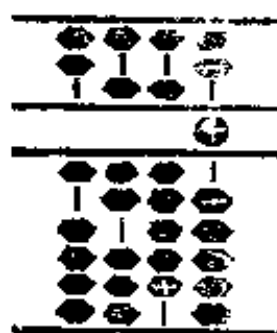
(圖四十二)

四下五去一



(圖四十三)

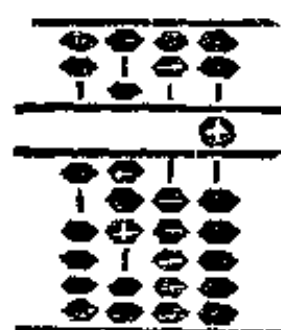
七上七



(圖四十四)

四去六進一

因為這裏的十位上也滿了十，所以要連續進位。



一去九進一

(圖四十五)

第六 全部的加數都加上了。現在盤上的1800就是求得的和數。

x x x

習題四

1. $12+12+12+\cdots+12=120$

2. $23+23+23+\cdots+23=230$

3. $89+89+89+\cdots+89=890$

4. $1+2+3+4+\cdots+36=666$

5. $1+2+3+4+\cdots+100=5050$

這裏的第一二三題，每題都是把一個兩位數連續加到十次，等號右邊的數目是所得正確的結果。這類的題目，學習者自己也可以照樣多出幾個來練習的。

第四題，舊的珠算書上叫做「六百六」，第五題叫做「百子法」，都是練習加法打盤的好題目。學習者可以多多練習，常常練習。

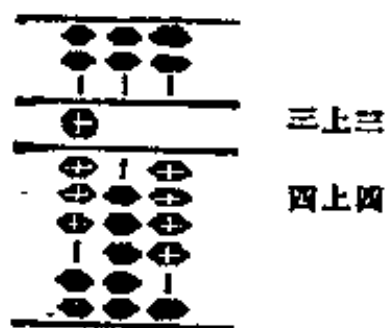
x x x

小數的加法，在撥珠唸歌上，是和整數的加法一樣的。不過，要注意三件事：——

- 第一 要隨時記住盤上原有的單位在那一檔上。
- 第二 要對準盤上的數位去加。比方，十分位上的數目，要對準在十分位上去加；百分位上的數目，要對準在百分位上去加；等等。
- 第三 把加數完全加過了以後，那原有的單位，就是得數的單位。

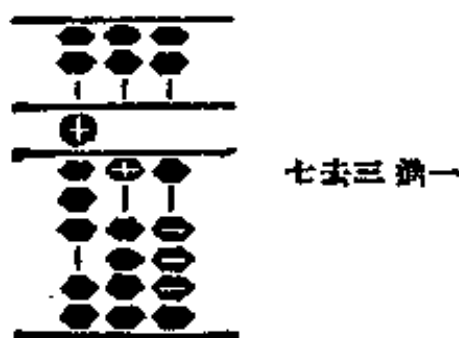
比方，要把3.04, 0.07, 214.07, 100.7四個數相加：

- 第一 認定一檔做單位，把3.04置上去。



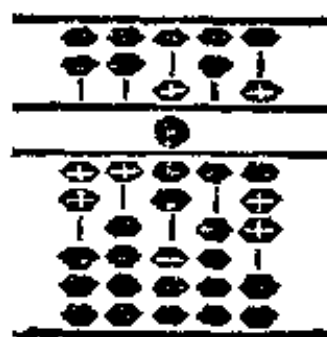
(圖四十六)

- 第二 把0.07加上。在百分位上加上一個七。



(圖四十七)

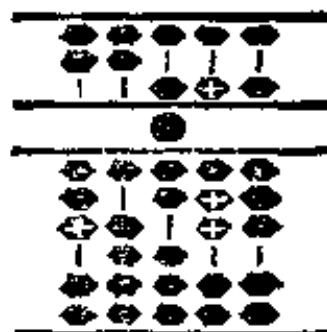
第三 把214.07加上。把214加在整數部各個數位上，把0.07加在百分位上。



二上二，一上一，
四下五去一，七上七

(圖四十八)

第四 把100.7加上。把100加在整數部份，把0.7加在十分位上。



一上
七上七

(圖四十九)

第五 所有的數目，都已經加上去了。盤上的數目就是求得的數目。原來的單位，就是這個得數的單位。這個得數是三百一十七又百分之八十八。

習題五

1. $123456789 + 123456789 + \dots$ (連被加數共

加八次)……=987654321(再在末位上加九，就得987654321)

$$2. \quad 123456789 + 123456789 + \cdots \cdots (\text{共加九次}) \cdots \cdots \\ = 1111111101$$

$$3. \quad 123456789 + 123456789 + 246913578 + 4938271 \\ 56 + 9 = 987654321$$

在舊的珠算書上，有兩個練習加減法打盤的題目，叫做「還」「退」；「還」就是練習加法的，「退」就是練習減法的。

這裏的三個題目，都是那個「還」。第一題是八個123456789連加；第二題是九個123456789連加；第三題是做三次把第一題的結果得出來的。

這第三題，因為是三次完成，所以又叫做「三盤成」；又因為二次三次所加上的數目，恰巧是每次當時盤上已經有的數目，所以又叫做「見子打子」。

六 整數和小數的減法

現在也先從一位數的減法說起。

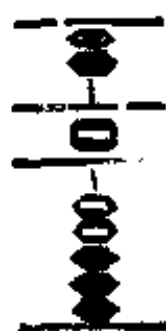
關於一位數的減法也要分四層來說：——

第一是：要減去幾個，就直接撥珠減去幾個；比方，算盤的單位上已經有二顆下珠；這時候心裏想要減去二個，那就把那二顆下珠撥去就是了。再如果算盤的單位上已經有了七個；這時候心裏想要減去七個，那就把那七個撥去就是了。



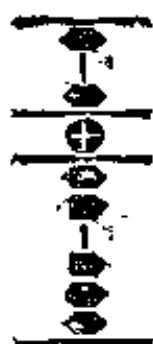
已有二個

(圖五十)



撥去二個

(圖五十一)



已有七個

(圖五十二)



撥去七個

(圖五十三)

在珠算上，減法也有口訣的。比方，在上述這種撥珠的法子，就有九句口訣：——

一去一	二去二	三去三
四去四	五去五	六去六
七去七	八去八	九去九

這些口訣的起首一個字，都是指明心裏想要減去的數目。末後的兩個字，都是指明撥珠的法子。「去幾」就是指明要照心裏想要減去的數目，把算珠向邊上撥去。把下珠向邊上撥去，叫做「去」，把上珠向邊上撥去，也叫做「去」。

× × ×

第二是：當我們心裏想要減去一個二個或三個四個，但是盤上卻只有一個上珠，或是下珠不夠四個三個或二個。

當這種時候，我們就把那個上珠去掉。但是，去了一個上珠，卻又比較心裏想要減去的去多了；所以同時

又把那去多了的在下珠裏面加上。

比方，我們想要減去四個，但盤上卻只有一個上珠，我們就把那個上珠減去，同時把下珠加上一個。



已有的五個

(圖五十四)



撥去一個上珠，同時加上一個下珠

(圖五十五)

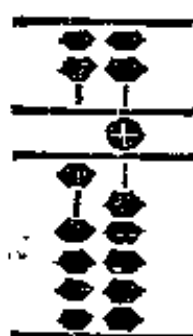
這裏所用的口訣，是「四上一去五」。「四」是指明心裏想要減去的數目，「上一」是指明撥上一個下珠靠梁，「去五」是指明撥去一個上珠。

這類的口訣，總共有四句：

一上四去五	二上三去五
三上二去五	四上一去五
×	×

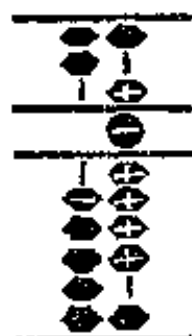
第三是：當我們心裏想要減去幾個；但是單位上卻沒有數可以減去；只有左檔十位上有數。當這種時候，我們就把左檔上的下珠撥去一個；同時又把撥去多了的數目在單位上加上。

比方，心裏想要減去一個；因為單位上沒有數目可以減去，只有十位上有一個下珠；所以就把十位上的一減去，同時把撥去多了的九個，在單位上加上。



(圖五十六)

十位上原有的一個



(圖五十七)

退去十位上
的一個，在
單位上加上
九個。

這裏所用的口訣是「一退十還九」。「一」是心裏想要減去的一個；「退十」是在左檔十位上退去一個；「還九」是在單位上加上九個。因為在十進數裏頭，滿了十就進；現在因為單位上沒有數目可以減去，就到十位上去退，退到單位上來，所以又說是「還」。「還」就是「歸還」的意思。

這類的口訣總共有九句：

一退十還九	二退十還八	三退十還七
四退十還六	五退十還五	六退十還四
七退十還三	八退十還二	九退十還一

× × ×

第四是：當我們想要減去六個，七個，或者八個九個，但是，在單位上沒有這麼多數目可以減去，所以就只好到左檔十位上去退去一顆下珠到本檔上來還四個三個或者二個一個。

但是，在還來的時候，本檔的下珠又沒有這麼多數目可以加上去，所以就只好還一個上珠。但是又多還了

；所以再要從本檔的下珠裏頭，把還多了的減去。

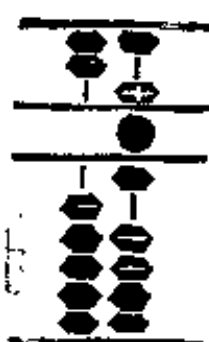
比方，想要在單位上減去七個，但本檔上沒有七個可以減去，所以就到十位上去減一。因為七退十就要還三，但是單位上又已經有三個，不能夠再加上三個，所以就只好還上一顆上珠，五個。

但是，又還多了二個，所以，又在下珠裏頭減去二個。



(圖五十八)

原有十三個



(圖五十九)

十位上退去一個，
單位上還上五個，
同時又去掉二個。

這裏所用的口訣是「七退十還五去二」。「七」是心裏想要減去的數目。「退十」是在左檔上去掉一個。「還五」是在本檔上還五。「去二」是在本檔上把還多了的二個去掉。

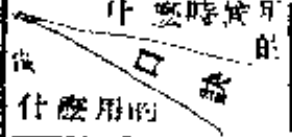
這一類的口訣，總共有四句：

六退十還五去一 七退十還五去二

八退十還五去三 九退十還五去四

× × ×

現在把所有減法的口訣列成一個表：——

什麼用的 	什麼時候用的	不去五 也不退 十的	去 五 的	退十的	退十還五 的
減一用的		一去一	一上四去五	一退十 還九	
減二用的		二去二	二上三去五	二退十 還八	
減三用的		三去三	三上二去五	三退十 還七	
減四用的		四去四	四上一去五	四退十 還六	
減五用的		五去五		五退十 還五	
減六用的		六去六		六退十 還四	六退十還 五去一
減七用的		七去七		七退十 還三	七退十還 五去二
減八用的		八去八		八退十 還二	八退十還 五去三
減九用的		九去九		九退十 還一	九退十還 五去四

減法和加法是相反的。因此，對於減法口訣的學習和打盤的練習，可以採用和加法上相反的題目。比方加法上有

$$1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=10$$

這個練習題，在減法上，就可以把這個題目反過來，作為：——

$$10-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1=0$$

因此，減法上初步學習的問題，可以用：——

$$10-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1=0$$

$$20-2-2-2-2-2-2-2-2-2-2-2=0$$

$$30-3-3-3-3-3-3-3-3-3-3-3=0$$

$$40-4-4-4-4-4-4-4-4-4-4-4=0$$

$$50-5-5-5-5-5-5-5-5-5-5-5=0$$

$$60-6-6-6-6-6-6-6-6-6-6-6=0$$

$$70-7-7-7-7-7-7-7-7-7-7-7=0$$

$$80-8-8-8-8-8-8-8-8-8-8-8=0$$

$$90-9-9-9-9-9-9-9-9-9-9-9=0$$

× × ×

習 題 六

1. $45-1-2-3-4-5-6-7-8-9=0$

2. $45-2-3-4-5-6-7-8-9-1=0$

3. $45-3-4-5-6-7-8-9-1-2=0$

4. $45-4-5-6-7-8-9-1-2-3=0$

5. $45-5-6-7-8-9-1-2-3-4=0$

6. $45-6-7-8-9-1-2-3-4-5=0$

7. $45-7-8-9-1-2-3-4-5-6=0$

8. $45-8-9-1-2-3-4-5-6-7=0$

9. $45-9-1-2-3-4-5-6-7-8=0$

× × ×

根據上述各題練習的經驗，知道減數一位的減法，

有一定的方法和次序：——

第一，認定一檔做單位。

第二，把被減數置到盤上去。

第三，照要減的數目減起來。不過，要隨時看清盤上的情形，選用恰當的歌訣。然後一面撥珠，一面唸歌。

第四，如果有二個以上的數目要減，那就照第三的法子繼續做下去。

第五，把減數完全減過了以後，那盤上的數目，就是求得的數目。

× × ×

現在來說明多位數的減法。

多位數的減法，也有一個一定的方法和次序：——

第一，首先認定一檔做單位，把被減數撥上去。

第二，從減數的首位起，一直減到減數的末位。在盤上是從左邊減到右邊，和筆算減法上那種從右向左的次序相反。

第三，減的時候，隨時要對準數位，又要隨時選用恰當的口訣。然後一面撥珠，一面唸歌。

第四，若是減數裏面有零數，那在算盤上就要跳過那個數不減。

第五，若是碰到要連續退位的，那就連續退位。

第六，若是有一個以上的減數要連減，那就依照第

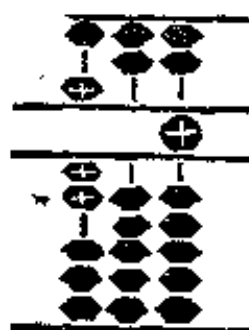
二、三、四、五各條的法子繼續的計算。

第七，把全部的減數減過了以後，那盤上的數目，就是求得的數目。

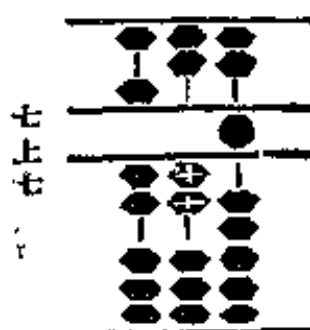
現在計算下列的一問題目來做例子：——

$$728 - 315 - 102 - 208 = ?$$

第一，首先認定單位，把被減數置上去。



(圖六十)

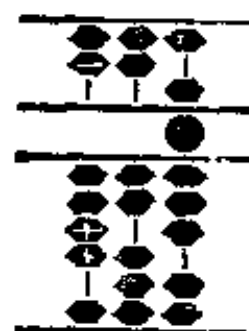


(圖六十一)

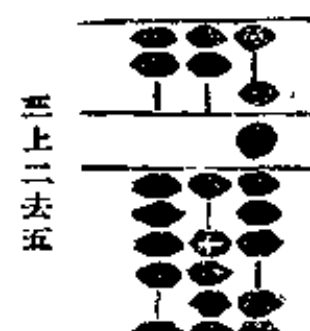


(圖六十二)

第二 減去 315。先減去首位 3。再減去次位 1。最後減去末位 5。



(圖六十三)

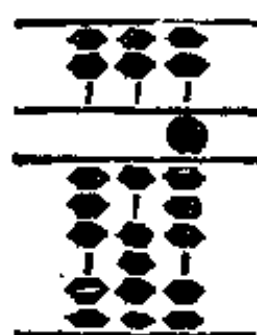


(圖六十四)



(圖六十五)

第三，減去 102。因為減數十位上是一個零數，所以在盤上跳過那一位不減。



(圖六十六)

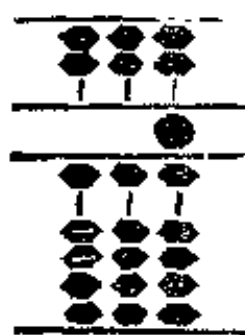
一去一



(圖六十七)

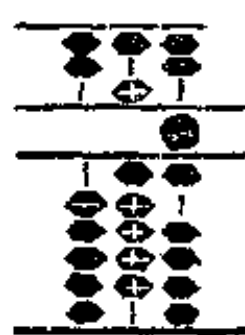
二去二

第四，減去208。當減去八的時候，因為要連續退位，所以就要多用一句「一退十還九」。



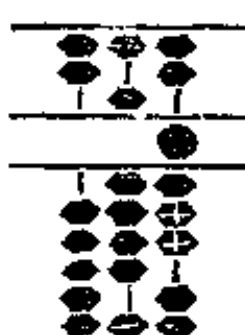
(圖六十八)

二去二



(圖六十九)

一退十還九



(圖七十)

八退一還二

第五，全部的減數都減過了，盤上的98就是所求的得數。

習題七

1. $120 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 - 12 = 0$
2. $320 - 32 - 32 - 32 - 32 - 32 - 32 - 32 - 32 - 32 - 32 = 0$
3. $790 - 79 - 79 - 79 - 79 - 79 - 79 - 79 - 79 - 79 = 0$

$$-79=0$$

$$4. \quad 666-1-2-3-4\cdots\cdots-36=0$$

$$\cdot \quad 5050-1-2-3-4\cdots\cdots-100=0$$

(參看前面的習題四)

× × ×

小數的減法，在撥珠選歌上，是和整數的減法一樣的。

所要注意的地方也和小數加法上要注意的事互相類似：——

第一，要隨時記住盤上原有的單位。

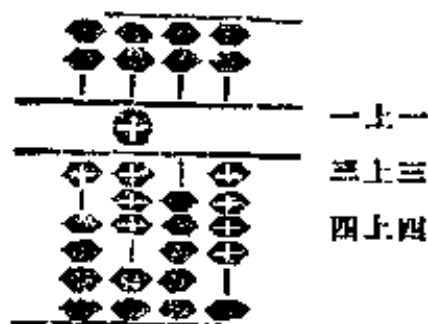
第二，要對準盤上的數位去減。

第三，把減數完全減過以後，那原有的單位就是得數的單位。

比方，要計算下列的題目：

$$13.04\text{元}-8.53\text{元}-1.58\text{元}=?\text{元}$$

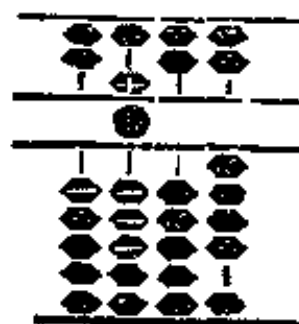
第一，認定一檔做單位，把13.04元置上去。



(圖七十一)

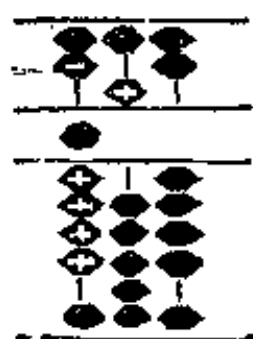
第二，減去8.53元。在單位上減去八。在十分位上

減去五。在百分位上減去三。



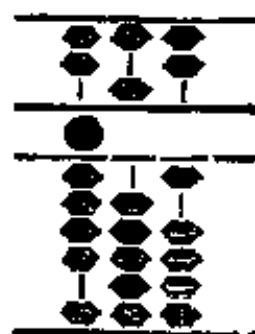
八退十還五去三

(圖七十二)



一上四去五
五退十還五

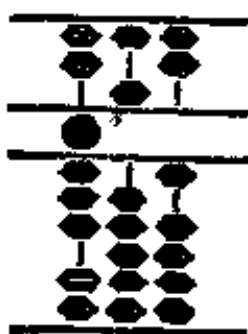
(圖七十三)



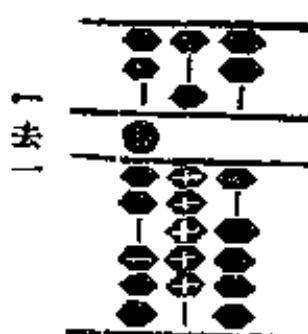
三去三

(圖七十四)

第三，減去1.58元。



(圖七十五)

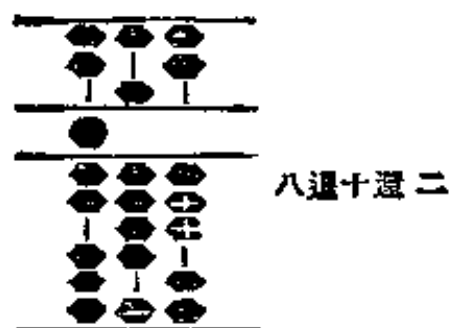


一
去
一

五去十還五

(十分位上雖有五可去，
但因百分位上無八可去，
故預先在單位上退一。)

(圖七十六)



(圖七十七)

第四，要減的已經完全減去，原有的單位就是得數的單位。現在的得數是二元九角三分。

習題八

1. $987654321 - 123456789 - 123456789 \cdots \cdots$
(連減七次) $-1 = 123456789$
2. $111111101 - 123456789 - 123456789$ (連減九次) $= 0$
3. $888888889 - 987654321 - 987654321$ (連減九次) $= 0$

七 整小數的加法和減法

現在把加法和減法合起來談一談。

加法和減法是互相反對的；所以，用加法算得的結果，用減法可以還原；用減法算得的結果，用加法可以還原。比方，五個加三個，就得八個；若是從八個裏頭減去三個，就還原了五個。再如，從九個裏頭減去三個，就得六個；若是在六個上面，加上三個，便又成了九個。

因為有這個道理，所以我們就利用他來做驗算的根據。好比，五個加上三個，得了八個；這所得的八個有不有錯誤呢？這時候，我們就用減法去驗一驗：從八個裏頭減去三個，看得的是不是五個。如果是五個，那所得的八個就不錯；如果不是五個，那就錯了。再，從九個裏頭減去三個，得了六個；這所得的六個有不有錯誤呢？這時候，我們就用加法去驗一驗：在六個上面加上

三個，看得的是不是九個。如果是九個，那所得的六個就不錯；如果不是九個，那就錯了。

× × ×

我們平日碰到的加法和減法，都不會這樣簡單。我們所碰到的，有時候是有許多的數目要加，有時候是有許多的數目要減，有時候却又是許多的數目要加同時又有許多的數目要減。現在就來把這些情形研究一下：

第一 有許多數目要加的時候，可以隨便掉換次序去加。比方，三個加上四個，再加上五個，總共是十二個。但是，我們如果把加的次序隨便掉換一下，在四個上面加上五個，再加上三個；或者在四個上面加上三個，再加上五個；結果都是十二個。

因此，當我們有許多數目要加的時候，就可以利用這個道理來驗算。當我們把許多數目加過一次得了結果以後，便可以把得數隨手用筆記下來，然後再把那許多的數目隨便掉換一個加的次序去加，看所得的結果和上一次所得的結果對不對。如果兩次所得的結果相同，那結果就比較的靠得住，沒有錯；如果兩次所得的結果不相同，那結果至少有一個靠不住了。這種時候，就應該再算，要算到幾次所得的結果相同，才可以確定那個結果沒有錯。

第二，有許多數目要加的時候，可以隨便分成好多組數去加；然後再把各組所加得的結果總加起來，得出最後的結果。比方，二個加三個，再加四個，再加五個，結果是十四個。但是我們如果隨便把二個和三個分成一組去加，得五個；再把四個和五個分成一組去加，得九個；然後再把五個和九個再總加起來，結果也是得十四個。

因此，當我們有許多數目要加的時候，就可以利用這個道理來驗算。我們首先可以挨次序把許多的數目加一遍，然後再把那許多的數目隨便分成幾組去加，又把各組的結果總加起來。這樣，去看兩次所得的結果是不是一樣。

再，當要加的數目，有很多個數的時候，用分組去加的法子，是比較的不容易錯誤，容易得到正確的結果。因為每組數目的個數比較的少，錯誤的機會要少一些。並且，分組去加，加了一組兩組的時候，中途可以休息，比較的不容易錯。

第三，有許多數目要減的時候，可以隨便掉換那些減數的次序去減。比方，十四個減去二個，再減去三個，再減去四個，結果是五個。但是，我們如果把要減的數目隨便掉換一個減的次序

，在十四個裏頭，首先減去三個，再減去四個，然後再減去二個，結果也還是五個。或者，從十四個裏頭，首先減去四個，再減去二個，最後減去三個，結果也還是五個。

因此，我們又可以利用這個道理來驗算。

驗算的法子，就是把要減的數目隨便掉換減的次序，看幾次所得的結果是不是相同。

第四，有許多數目要減的時候，可以首先把全部要減的數目加起來，然後把加得的結果從被減數裏面減去。這所得的結果是和從被減數裏頭，一個一個挨次把要減的數目減去，結果是一樣的。比方，從十四個裏頭，挨次減去二個、三個、四個，結果是五個。但是，我們若是首先把要減的二個、三個、四個加起來，得九個，然後再從十四個裏頭減去九個，結果也還一樣是五個。

根據這個道理，我們也可以驗算。並且，我們把全部要減的數目首先加起來，然後再從被減數減去；這個法子，比起挨次去減的法子要便當很多；因為減法比較加法要容易錯誤一些；這裏是把許多次的減法，改成只用一次減法了。

因此，當我們平日在商店裏買到許多件貨

物的時候，都是首先把全部的貨價加起來，然後再從所付的錢數裏面減去，最後再找錢的。

第五，有許多數目要加，同時又有許多數目要減的時候，我們可以首先把要加的數目加起來，同時，另外又把那些要減的數目也加起來；然後再把這兩個加得的結果去比較，看他們當中那一個比較的大一些；最後，再從那個比較大一點的數目減去那個比較小一點的數目。

比方，有下列的許多筆賬目要結算：——
收五元，收二元，付四元，收六元，付三元，
付五元，收二元，付一元。

首先，把四筆收的數目加起來，得十五元；再，另外又把四筆付的數目加起來，得十三元。這時候，看出了收的數目比較付的數目要多一些；所以，再從收的總數十五元，減去付的總數十三元，結果是剩下二元。

這就是計算收付結數上，或者往來結數上，一般所用的方法。

× × ×

現在再來說到加法和減法的用場：——

第一，加法的用場有三個；比方

1. 某校初中部有學生435人，高中部普通科有學生218人，高中部職業科有學生162人，求全校總

共有學生多少人？

這個題目的算法是用加法，只要把三個人數加起來，就得了全校總共的人數。(815人)

2. 某校高中部有學生218人，初中部學生比較高中部學生多217人，求初中部有學生多少人？

這個題目的算法，也是用加法；只要把初中部比較高中部所多的數目，加到高中部學生的數目裏頭去，就得了初中部學生的數目。(435人)

3. 某校招收學生，第一次致取425人，照定額還差175人，求定額多少人？

這個題目的算法，也是用加法；只要把已經考取了的數目，加上目前還差的數目，就得了定額。(600人)

從這三個題目，我們可以看出加法的三個用場：第一是求總和，第二是有了小數和差數去求大數，第三是有了已有的數目和不夠的數目去求定額。

第二，減法的用場也有三個；比方

1. 某校有學生356人，本學期有64人已經畢業離校，求該校還剩學生多少？

這個題目的算法，是用減法；從356人中減去64人，結果就是剩餘的人數。(292人)

2. 某校初中部有學生435人，高中部有學生218人；求初中部比較高中部多若干人？

這個題目的算法，也是用減法；從初中部學生的數目，減去高中部學生的數目，結果就是初中部學生比較高中部學生所多的數目。(217人)

3. 某校打算招收學生600人；第一次招考，取錄了425人，問還有缺額多少人？

這個題目的算法，也是用減法；只要從定額600人減去已經考取的425人，就得了缺額的數目。(175人)

從這三個題目，我們又可以看出減法的三個用場：第一是求餘數，第二是求兩個數目比較以後的差數，第三是求對於一個定額的欠數。

× × ×

計算小數時，有時候小數的位數太多，在實際上沒有用處，要把那些小數完全不用，或者去掉幾位不用。

比方，計算米的數量，得三石二斗四升八合三勺，有時候就把那三勺不計，有時候就把那八合三勺都不計，有時候甚至連那四升也不計。

這種去掉尾數的標準是由各種實際的情形來決定的。比方，米三勺，這在事實上量也不會量出來的，所以在實際上是不計這個三勺的。至於八合，這在實際上是能夠量出來的；並且，在一般的窮苦老百姓看來，這八合米可以作為一個人一天的糧食；所以，在窮苦老百姓的相互間，這八合米是一定要計算的。但是，當兩個米

商計算來往米數的時候，那他們就不單只不計算八合三勺，並且連四升，甚至連二斗也不計算了。

這是實際生活上去掉小數尾數的情形；但是，在記賬上，却又還有一點規矩要研究。

比方，有的賬簿上，規定一律要記到小數三位，有的卻又規定一律只要記到小數兩位。如果計米數，規定要記到小數三位，那末，對於三石二斗四升八合三勺米，用石作單位，就記做3.248石；若是只要記到小數兩位，那就要記做3.25石。

爲什麼不計三勺的時候，就只把三勺去掉；當不計八合的時候，卻要把四升計做五升呢？

這就是因爲三勺的三，比較五小，要去掉就去掉便了；至於八合的八，比較五大，當去掉的時候，就要把合上面一位的升數上加一。這就叫做「四捨五入」法。

「四捨」，就是指不滿五的小數，要去掉就乾脆的把他去了。「五入」，就是指滿了五和五以上的小數，要去掉卻不可乾脆的去掉，去了以後，還要在上一位的數目上加一。

在記賬的時候，如果用賬簿上所記的都是小數兩位，但碰到一個沒有小數的數目，或者只有一位小數的數目，那就要在那個整數後面，加上一個小數點，再加上兩個零；或者在那個一位小數的數目後面，加上一個零。這樣，在賬簿上就寫得更加整齊美觀了。

習 題 九

1. 李光明君把他所有的國幣用去29元，還剩75元，求他原來有國幣多少？
2. 吳克儉君所有的法幣，比趙平仲君所有的要多47元；現在知道趙君所有的是95元，求吳君有法幣多少？
3. 今年是公曆1941年，假使再過59年，該是公曆多少年？
4. 大明公司已經招到股本64500元，還差35500元未曾招足，求該公司打算招足股本多少？
5. 王立德有布4250匹，賣去2980匹，求還剩多少匹？
6. 新翠印刷公司股本158000元，立信文具公司股本87400元，求新翠比立信的股本多若干？
7. 孫月泉君現在有法幣4350元，他想儲足10000元，求他還該儲多少？
8. 牛頓是公曆1642年生的，1727年死的，問他死的時候年齡多少？
9. 加減法速算練習表：

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
34512	356184	7,414618	301413	32703
20108	918189	5,208728	2289	089
41512	330145	3,189018	30500	4431
64789	717348	1,008709	528601	7,008622
38250	528614	4,778400	4051	42345
18992	932451	2,550510	66708	81739
45008	608214	9,100345	7454	5652
32324	510089	8,411618	80728	6,084050
85100	109400	7,080710	920	7462
15184	831505	6,108900	5445	835176
390779	6,842134	54,851556	1,028109	14,102674

上列加減法速算練習表裏頭，每欄有十個數目，相加便可得到底下的和數。從底下的和數，連續把上面的十個數目減去，就恰巧減盡，沒有剩餘。練習的時候，先練習加法，再練習減法。把錶對準，先慢後快，試試自己，看快到多少時間能夠把各欄的加減算完。

八 整數和小數的乘法(上)

[例子]王福華作工一天，得工錢法幣六元。現在作了四天，可得法幣多少？

第一，用加法算： $6元+6元+6元+6元=24元$

第二，用乘法算： $6元\times 4=24元$

從這裏，我們可以看出，乘法是從加法發展得來的。常常把相同的數目（比方六元）連加，就發生了簡便的乘法。因此，我們現在有了相同的數目要連加，就用乘法。

x x x

本書先講整數的乘法，後講小數的乘法。

對於整數的乘法，又先講乘數一位的乘法，再講乘數多位的乘法。

乘數一位的乘法，最基本的是一位乘一位。這種乘法，也是有口訣的。這種口訣，就和筆算上的乘法口訣一樣，現在用表列出來：

[illegible]

學過筆算乘法的人，對於這個表一定是很熟悉的了。如果不曾學過筆算的乘法，那就要定出一點時間，每天把這個表裏頭的口訣唸熟幾句，做多少天把他全部唸熟。不過，也還是要在懂得了每一句口訣的意思以後再唸；不要像一般小和尚的唸經一樣，唸了千百遍以後，對於經的意思還是一點也不懂。

唸這個表，有兩個次序，第一個次序是：從最上的一列起，唸了第一列，又唸第二列，一直唸到最下的一列。比方，從「一一如一」，「一二如二」唸起，一直唸到「一九如九」。再從「二二如四」起，一直唸到「二九一十八」。……………

第二個唸的次序是：從最左的一行起，唸了第一行，又唸第二行，一直唸到最右的一行。每一行從上向下的唸。比方，唸了第一行「一一如一」，又唸第二行「一二如二」，「二二如四」，再唸第三行「一三如三」……………

× × ×

這些口訣的意思，是和筆算上一樣的。每一句口訣的前頭兩個數目，是指乘數和被乘數；後面的數目是指乘得的積數。比方，「三七二十一」的「三」和「七」是指乘數和被乘數；「二十一」是指乘得的積數。

「三」和「七」，原來是有分別的：這「三」是乘數，「七」是被乘數。「三七」就是指「三倍七」的意

思。

但是，因為「七倍三」也是「二十一」；如果再用一句「七三二十一」的口訣，那末，口訣就太多了；所以，就把「三七二十一」這句歌，同時來做「七三二十一」的用。這樣一來，「三」就不一定是指乘數，「七」也不一定是指被乘數了。

在「三七二十一」這句歌裏頭，「三」比「七」小，小的數目唸在大的數目前面；在「七三二十一」那句歌裏頭，「七」比「三」大，大的數目唸在小的數目前面。我們現在是只留下「三七二十一」這一句歌，放棄了那一句「七三二十一」。這就是把那種大的數目唸在前面的不用了。

我們現在所用的乘法歌，如果乘數和被乘數不相等，那歌訣，總是比較小的數目唸在前面。比方，「五七三十五」，「五」比「七」小，「五」唸在「七」的前面。

× × ×

用乘數一位去乘被乘數一位的法子，是：——

第一，把乘數置在算盤上靠近左邊的某一檔，把被乘數置在算盤上中間的某一檔。（到了演算技術比較熟練的時候，乘數可以不置到算盤上去。）

第二，認清檔數。這時候，被乘數所在的檔，叫做

本檔；本檔的左邊，依次叫做左一檔，左二檔等等；本檔的右邊，依次叫做右一檔，右二檔等等。

第三，把乘數和被乘數連唸起來，去選用一句乘法的口訣。連唸的時候，要把比較小的數目唸在前面，比較大的數目唸在後面。歌訣選定了以後，就一面撥珠，一面唸歌。

第四，如果所選歌訣裏頭所指出的積數，只有個數，沒有十數，那就把本檔上的被乘數撥去，在右一檔上加上歌訣所指出的個數。如果所選歌訣裏頭所指出的積數，只有十數，沒有個數，那就把本檔上的被乘數改成歌訣所指出的十數。如果所選歌訣裏頭所指出的積數，有十數，又有個數，那就把本檔上的被乘數改成歌訣所指出的十數，隨手又在右一檔上加上歌訣所指出的個數。

第五，這時候，盤上所有的數目，就是乘得的積數。

第六，這時候發生了一件在加減法裏頭從來沒有發生過的新事實。這事實，就是單位改動過了。這時候的單位，比較被乘數原來的單位向右移過了一檔。

現在舉三個不同的例子看看：——

〔例一〕 豬肉每斤價，法幣三元；現在買了二斤，
該付法幣多少？

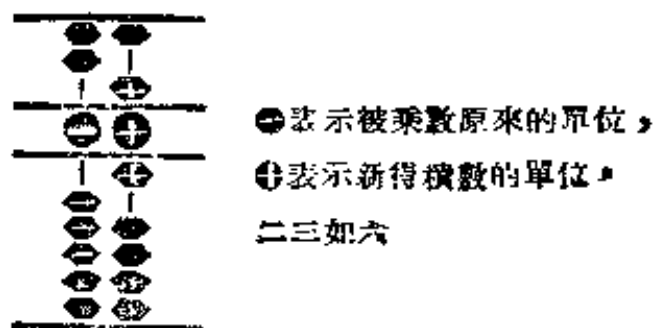
第一，把乘數2，置在盤上，靠近左邊。把被乘數3
置在算盤中間。



（圖七十八）

第二，把被乘數3和乘數2連唸起來。因為2比較3小，
所以唸成「二三」。這時候在乘法口訣表裏頭選用那
句「二三如六」。一面撥珠，一面唸歌。

第三，因為這句歌訣裏頭所指出的積數只有六個，
沒有十數。所以就把本檔上的被乘數3撥去，隨手在右
一檔上加上歌訣所指出的六個。



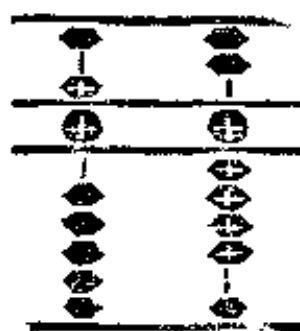
（圖七十九）

第四，這時候盤上的六個，就是乘得的積數。積數

的單位比較被乘數原來的單位向右移過一檔。

〔例二〕 母雞每斤價，法幣四元；現有一隻母雞，重五斤，求值法幣多少？

第一，把乘數和被乘數置在盤上。

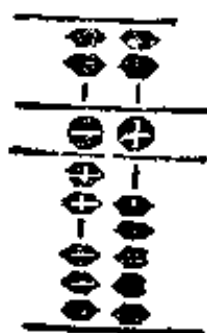


左邊是乘數5
中間是被乘數4

(圖八十)

第二，在乘法口訣表裏頭，選用了那句「四五得二十」的口訣。一面撥珠，一面唸歌。

第三，因為這句歌訣裏頭所指出的積數，只有十數。所以就把本檔上的被乘數改成歌訣裏頭所指出的「二十」。



四五得二十

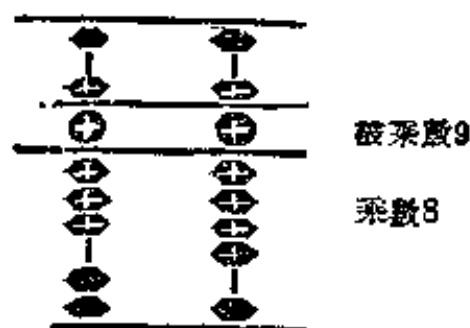
(圖八十一)

第四，這二十就是所得的積數。積數的單位比較被

乘數原來的單位向右移過了一檔。

〔例三〕 米每斤價，法幣九元；現在賣出米八斤，
可得法幣多少？

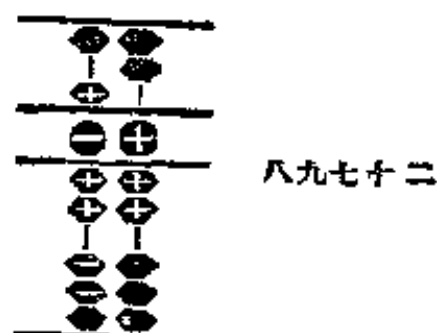
第一，把乘數和被乘數置在盤上。



（圖八十二）

第二，在乘法口訣表裏頭選用了「八九七十二」這句口訣。一面撥珠，一面唸歌。

第三，因為這句歌訣裏頭所指出的積數是「七十二」，有十數又有個數。所以就把本檔上的被乘數改成「七十」，隨手又在右一檔上加上「二」個。



（圖八十三）

第四，這七十二就是積數。積數的單位比較被乘數

原來的單位向右移過了一檔。

現在再來說到：用乘數一位去乘被乘數多位的法子。
• 這種法子，也有一定的次序：——

第一，把乘數和被乘數置在盤上。

第二，把乘數去乘被乘數。首先乘被乘數的個位，再乘被乘數的十位，再乘百位……一直乘到被乘數的起頭一位。

乘哪一位 哪一位就叫做本檔。本檔的左邊，依次叫做左一檔，左二檔等等。本檔的右邊，依次叫做右一檔，右二檔等等。

第三，乘被乘數的每一位，都要按照乘數一位乘被乘數一位的法子。一面選歌唸歌，一面把歌訣所指出的積數置到盤上去。不過，當置數的時候，要隨時認清哪一檔是本檔，哪一檔是右一檔。把十數置在本檔上，把個數置在右一檔上。

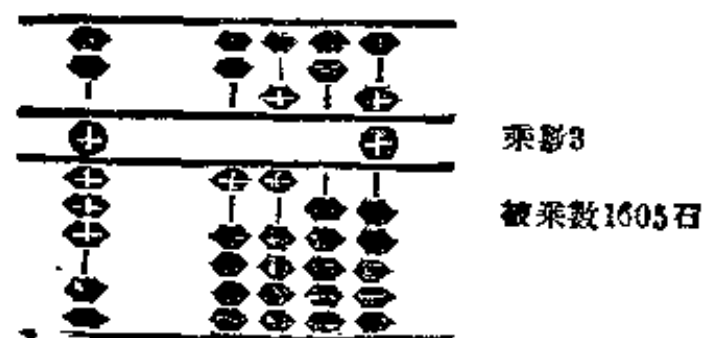
第四，如果被乘數有空着的位子，就要跳過那個空着的位子不乘。

第五，一直到乘完被乘數起首一位的時候，那盤上所置的數目就是乘得的積數。

第六，積數的單位，也還是比較被乘數原來的單位向右移過一檔。——這就是說：不管被乘數是多少位的數目，只要乘數是一位，那積數的單位，總是比較被乘數原來的單位向右移過一檔。

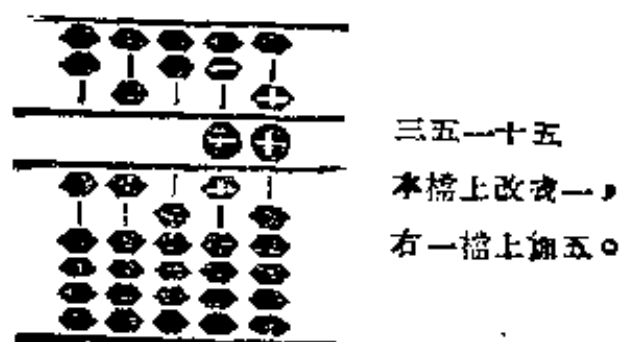
的。比方，有穀三倉，每倉一千六百零五石，求共有穀多少？

第一，把乘數和被乘數置在盤上。



（圖八十四）

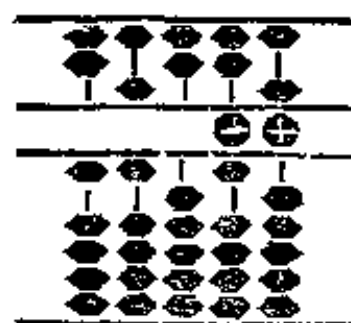
第二，首先用乘數3，去乘被乘數的個位5。依照乘數一位乘被乘數一位的法子。一面還歌唸歌，一面撥珠。



本右
一檔

（圖八十五）

第三，被乘數的十位空着，就跳過這個空着的位子不乘。

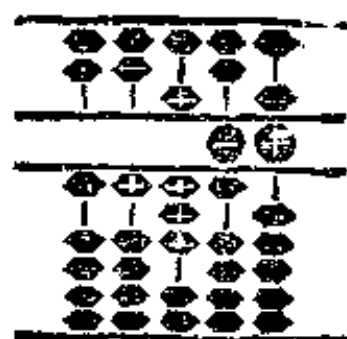


跳過被乘數
的十位不乘

本右
一檔

(圖八十六)

第四，再用乘數3乘被乘數的百位6。照樣選歌撥珠。

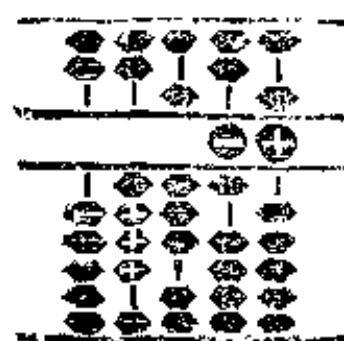


三六一十八
本檔上改成一，
右一檔上加八。

本右
一檔

(圖八十七)

第五，再用乘數3，乘被乘數的千位1，也就是起頭的那一位1。照樣選歌撥珠。



一三 加三
本檔上撥去一，
右一檔上加三

本 右
檔 檔

(圖八十八)

第六，現在乘完了。盤上的4815就是乘得的積數。
第七，積數的單位比較被乘數原來的單位向右移過了一檔。所以，盤上的數目是四千八百一十五石。

習 題 十

1. 朱福生每天作工九點鐘，求他六天裏頭作工幾點鐘？
2. 米每擔價，法幣一百零八元；現在買了七擔，要付法幣多少？
3. 襯衫一打，法幣192元，現在有八打，求值法幣多少？
4. 某處地皮一方丈值法幣376元；李先生有地皮9方丈，求值法幣多少？
5. 打盤練習表：(拿乘數去乘被乘數，看所得的

積數和表上所列的對不對。)

被乘數 乘數	321	654	987
1	321	654	987
2	642	1308	1974
3	963	1962	2961
4	1284	2616	3948
5	1605	3270	4935
6	1926	3924	5922
7	2247	4578	6909
8	2568	5232	7896
9	2889	5886	8883

九 整數和小數的乘法(中)

現在來講乘數多位的乘法。

這又要分做兩步來講：首先講乘數多位被乘數只有一位位的乘法。

這種乘法，在撥珠的次序上，有三種的不同：第一種叫做「掉尾乘」，第二種叫做「破頭乘」，第三種叫做「留頭乘」。

掉尾乘的方法和撥珠的次序是：——

第一，把乘數和被乘數置在盤上。

第二，乘數若是兩位數，就把乘數的個位數在被乘數的右一檔上乘起。若是三位數，就在被乘數的右二檔上乘起。若是四位數，就在三檔上乘起。……乘的時候，依照一位乘數乘一位被乘數的法子。

第三，再用乘數的十位數，在較左的一檔上乘被乘數。以後，若是乘數還有百位數千位數等等，那就依次在更左的一檔上去乘被乘數，一直乘到用乘數在被乘數所在的一檔上去乘被乘數。

第四，在哪一檔上乘，那一檔就叫做本檔。本檔的右一檔，簡便的叫做右檔。每次所選歌訣裏頭所指明的十數，都置在本檔上；所指明的個數，都置在右檔上。

第五，一直乘到被乘數所在那一檔上的時候，才把被乘數撥去，或者把被乘數改成歌訣裏頭所指明的十數。

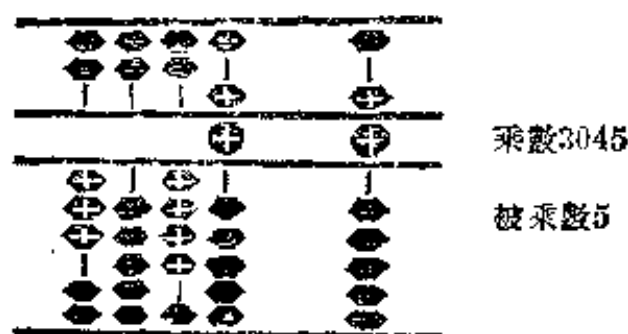
第六，乘數中間如果有一個零或者幾個零，就跳過一檔或者幾檔不乘。

第七，乘過被乘數所在那一檔的時候，盤上所有的數目就是所得的積數。

第八，乘數是幾位，那積數的單位就比較被乘數原來的單位向右移過幾檔。

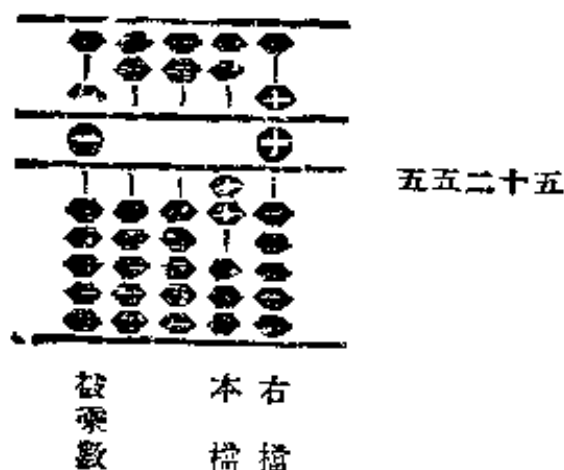
比方，襪子每雙價，法幣五元；現在有襪子2045雙，求共值法幣多少？

第一，把乘數3045置在算盤的左邊；把被乘數5置在算盤的中間。



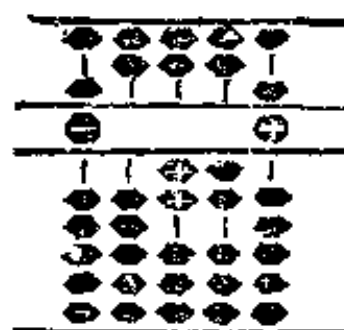
（圖八十九）

第二，因為乘數是一個四位的數目，所以就在被乘數的右三檔上乘起。乘起的這一檔，叫做本檔；本檔的右一檔，簡便的叫做右檔。依照乘數一位乘被乘數一位的法子乘。



（圖九十）

第三，再用乘數的十位數，在較左的一檔上，再乘被乘數。這時候，是在被乘數的右二檔上乘，這一檔就叫做本檔；這個本檔的右一檔，又簡便的叫做右檔。

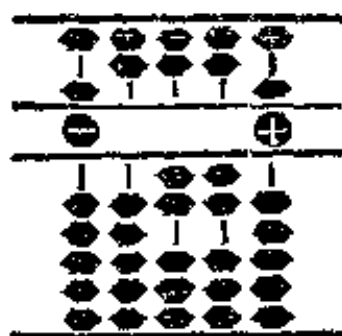


四五得二十

被乘數 本右
橋 橋

(圖九十一)

第四，再用乘數的百位數，在更左的一檔上，再乘被乘數。這時候，被乘數的右一檔變成了本檔，本檔的右一檔又變成了右檔。不過因為乘數的百位數是一個零，所以就跳過這一檔不乘。



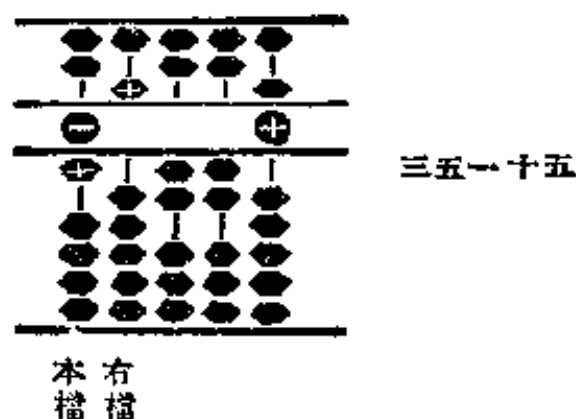
跳過這一檔不乘

被乘數 本右
橋 橋

(圖九十二)

第五，再用乘數的千位數，在再左的一檔上，再乘被乘數。這時候，被乘數所在的那一檔是本檔，本檔的右一檔，又叫做右檔。這時候才把被

乘數撥去。



（圖九十三）

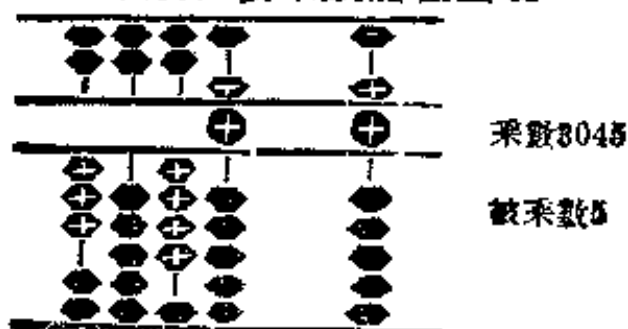
第六，這時候，盤上的15225就是積數。因為乘數是一個四位數，所以積數的單位比較被乘數原來的單位也向右移過了四檔。所以這個積數是一萬五千二百二十五元。

這以上就是「掉尾乘」的撥珠次序。這個次序，和筆算上多位數乘一位數的次序是相同的。

× × ×

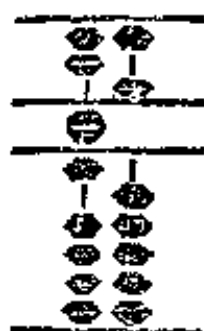
現在再來用上面的例子，說明「破頭乘」的撥珠次序：——

第一，把乘數和被乘數置在盤上。



（圖九十四）

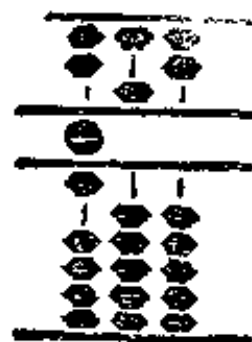
第二，用乘數的首位3，在被乘數5所在的檔上，照乘數一位乘被乘數一位的法子，去乘被乘數。這時候，被乘數所在的那一檔，叫做本檔；本檔的右一檔，叫做右檔。乘的時候，把被乘數撥去，改成一十，隨手在右檔上加五。



本檔
右檔

(圖九十五)

第三，再用乘數的第二位，在被乘數的右一檔上去乘。這時候，被乘數的右一檔變成了本檔，右二檔又變成了右檔。不過，因為乘數是零，所以就跳過這一檔不乘。



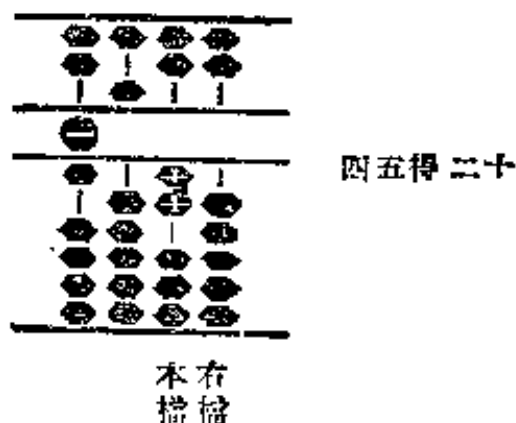
跳過這一檔不乘

本檔

右檔

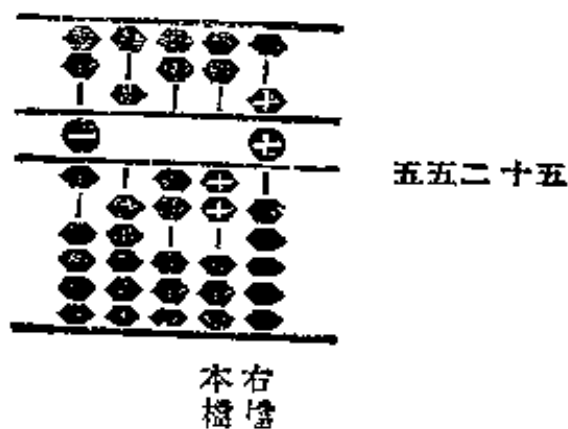
(圖九十六)

第四，再用乘數的第三位，在被乘數的右二檔上去乘。這時候，被乘數的右二檔又變成了本檔，右三檔又變成了右檔。還是照乘數一位乘被乘數一位的法子去乘。



（圖九十七）

第五，再用乘數的第四位，在被乘數的右三檔上去乘。這時候，被乘數的右三檔又變成了本檔，右四檔又變了右檔。一樣依照乘數一位乘被乘數一位的法子去乘。



（圖九十八）

第六，這時候，盤上的 15225 就是積數。單位也是和掉尾乘所得的結果一樣，是比較被乘數原來的單位向右移過四檔。

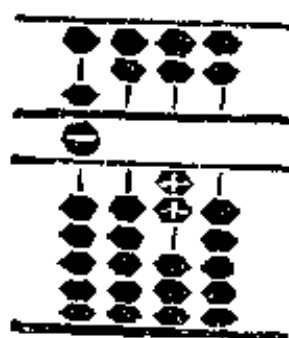
× × ×

最後，我們再來說到「留頭乘」的撥珠次序：——

第一，再用上面的例子，把乘數和被乘數置在盤上。

第二，首先不用乘數的末位去乘，也不用乘數的首位去乘。首先是用乘數的第二位數目，在被乘數所在的右一檔上去乘。這時候，被乘數的右一檔是本檔，本檔的右一檔是右檔。乘的時候，也還是用乘數一位去乘被乘數一位的法子。不過，在這個例子裏面，乘數的第二位是一個零，所以就跳過這一檔不乘。

第三，再用乘數的第三位，在被乘數的右二檔上去乘。這時候，被乘數的右二檔是本檔，右三檔是右檔。

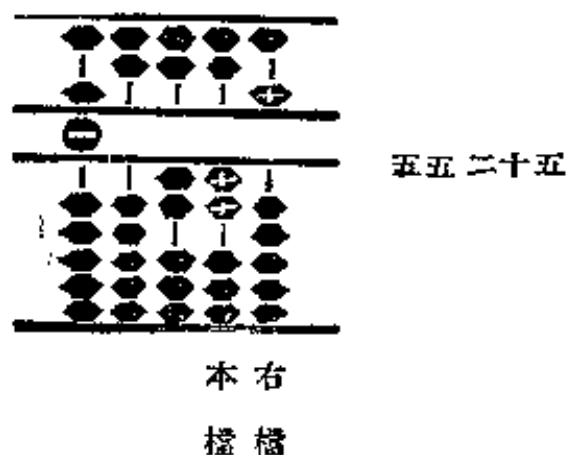


四五得二十

本 右
檔 檔

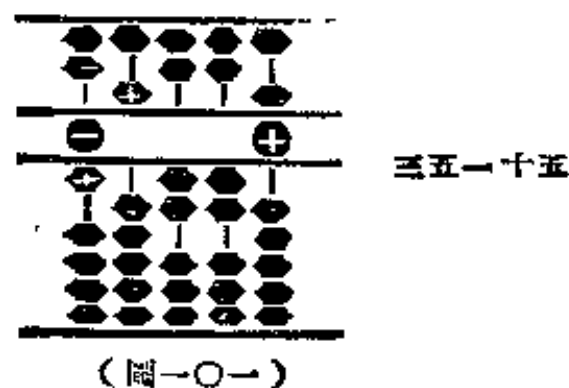
(圖九十九)

第四，再用乘數的第四位，在被乘數的右三檔上去乘。這時候，被乘數的右三檔是本檔，右四檔是右檔。



（圖一百）

第五，上面已經從乘數的第二位起，一直到乘數的末位止，挨次乘過被乘數了。現在是最後，再來用乘數的首位，在被乘數所在的位子上，來乘被乘數。到這個時候，才把被乘數撥去，把本檔改成十，隨手在右檔上加五。



第六，所得積數和積數的單位是和用「掉尾乘」或

者「破頭乘」那兩種法子所得一樣的。

× × ×

「掉尾乘」是從乘數的末尾一位起頭，挨次向左的去乘被乘數。「破頭乘」是從乘數的起首一位開始，挨次向右的去乘被乘數。「留頭乘」是從乘數的第二起頭，挨次向右的去乘被乘數；乘到末尾一位以後，再回轉頭來，用頭一位去乘被乘數。

「掉尾乘」的好處，是隨時對準了那個被乘數；他的不好處，是從右向左的倒推，唸起來不順口。「破頭乘」的好處，是從左向右的順推；他的不好處，是起頭就把被乘數撥去了，容易弄錯。

只有「留頭乘」，一方面又有從左向右那種順推的長處，同時又留着那個被乘數，一直到乘完的時候才把他撥去；所以一般人家都高興採用「留頭乘」。

現在說到用多位數去乘多位數的法子：

第一，把乘數首先去乘被乘數的個位，再乘他的十位、百位……一直乘到被乘數的起頭一位。

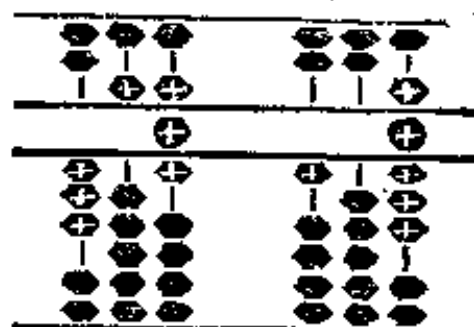
第二，不論乘被乘數哪一位，都要依照乘數多位去乘被乘數一位的法子。撥珠的法子，最好採用「留頭乘」。

第三，如果被乘數中間有零，就跳過那位不乘。

第四，乘數是幾位，那個積數的單位就比較被乘數原來的單位向右移過幾位。

比方，米每擔價，法幣 08 元，現在有米 356 石，求
值法幣多少？

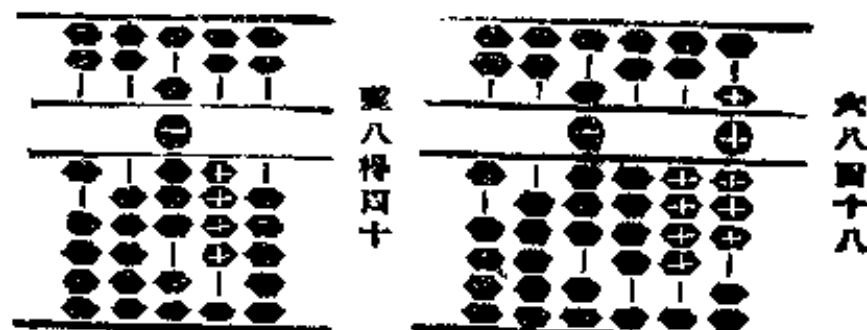
第一，把乘數和被乘數擺在盤上。



乘 數 被 乘 數

（圖一〇二）

第二，用乘數 356 去乘被乘數的每位。

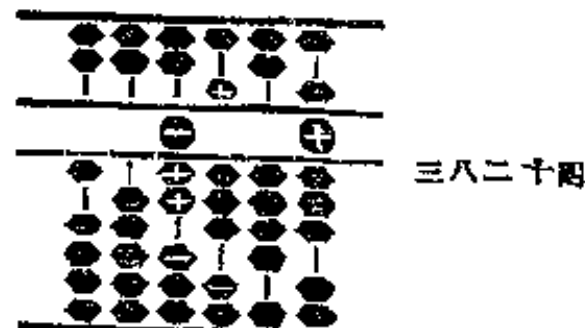


本
檔

（圖一〇三）

本
檔

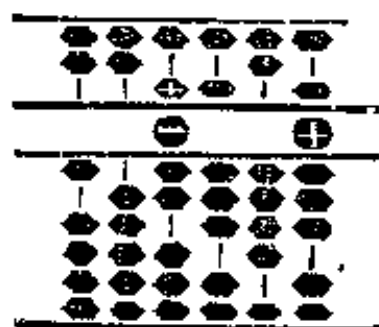
（圖一〇四）



三八二十四

（圖一〇五）

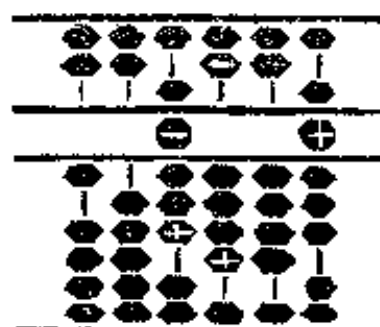
第三，用乘數35 去乘被乘數的十位數。不過因為被乘數的十位數是零，所以就跳個這檔不乘，
 第四，用乘數 356 去乘被乘數的百位數。



本
檔

(圖一〇六)

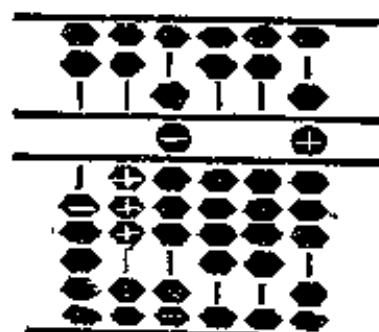
一五如五



本
檔

(圖一〇七)

六上一去五進一
一六如六



一三如三

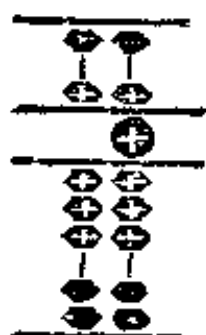
(圖一〇八)

第五，積數的單位比較被乘數的單位向右移過三位。
 所以積數是38448元。

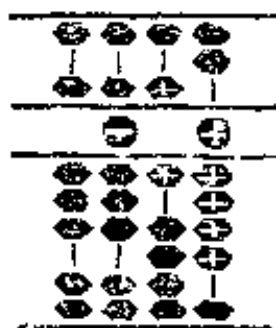
× × ×

多位數和多位數相乘，有時候必須用到頂珠，有時候還必須把頂珠臨時當十。

比方，用88去乘88：——



被乘數 83

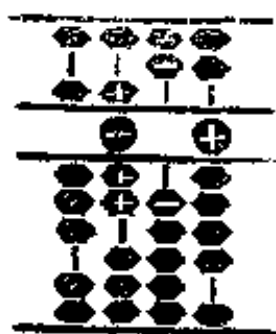


八八六十四

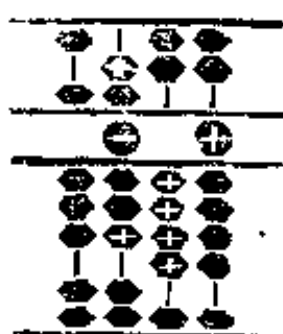
本檔

（圖一〇九）

（圖一一〇）



八八六十四



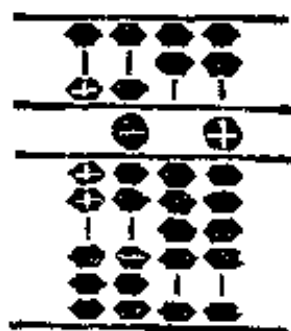
（用頂珠當五）
八八六十四

本檔

本檔

（圖一一一）

（圖一一二）



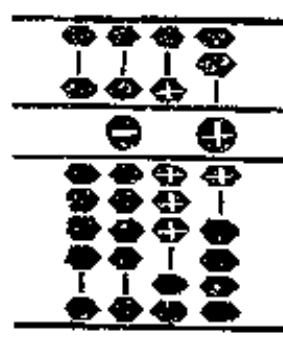
本檔

（圖一一三）

又，用99去乘99：——



被乘數 99

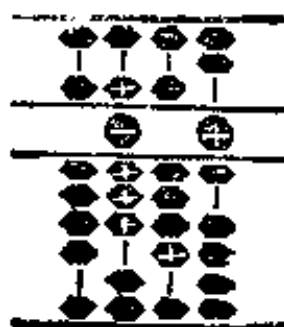


九九八十一

本檔

(圖一一四)

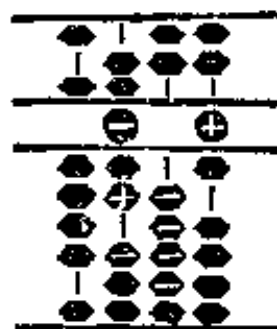
(圖一一五)



九九八十一

本檔

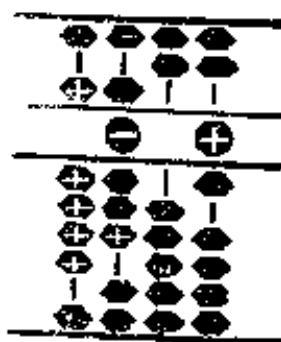
(圖一一六)



九九八十一

本檔

(圖一一七)



九九八十一

本檔

(圖一一八)

(用頂珠臨時當十)

從這兩個例子，可見在乘的時候，因為本檔的左檔上還是被乘數，若是把滿了十的數目進上去，那就會把積數和被乘數混在一起，所以就不得不用頂珠。有時候，又因為要進上去卻又不能進上去的數目太大，所以又不得不用頂珠臨時當十。

× × ×

以上說完了整數的乘法。

不過，這種整數的乘法，若是改用新式的算盤去算，那就可以有兩種便利：——

第一，新式算盤的上珠有三顆；所以，當舊式算盤裏要用頂珠當十的時候，在新式算盤上就只要同時撥下三顆上珠就行了。

第二，在新式算盤上，那梁上有可以左右移動的銅皮。那種銅皮，是記單位用的。當我們計算整數乘法的時候，既然知道乘數是幾位，那積數的單位就比較被乘數原來的單位向右移過幾檔。因此在新式算盤上，當乘法剛在開始的時候，就可以預先把那塊表示被乘數單位的銅皮移動。乘數是幾位，就向右移過幾檔。這樣一來，當我們算完乘法的時候，馬上就可以讀出數目的大小來，不要臨時再去尋找單位在哪裏了。

習 題 十 一

1. 乘法打盤練習第一表：——

積	21	32	43	54	65	76	87	98
21	441							
32	672	1024						
43	903	1376	1849					
54	1134	1728	2322	2916				
65	1365	2080	2795	3610	4225			
76	1596	2432	3268	4104	4940	5776		
87	1827	2784	3741	4698	5655	6612 *	7569 *	
98	2058	3136	4214	5292	6370	7448 *	8526 *	9604 *

本表是做兩位數乘兩位數的練習用的。比方， $32 \times 21 = 672$ ， $21 \times 32 = 672$ 。那有*記號的積數，是表示要用頂珠的。

2. 乘法打盤練習第二表：——

積	321	432	543	654	765	876	987
21	6741	9072	11403	13734	16065	18396	20727
32	10272	13824	17376	20928	24480	28032	31584
43	13893	18576	23343	28122	32895	37668	42441
54	17334	23338	29322	35316	41310	47304	53298
65	20865	28080	35295	42510	49725	56940	64155 *
76	24396	32832	41268	49704	58140	66576 *	75012 *
87	27927	37594	47241	56898	66555 *	76312 *	85869 *
98	31458	42336	53214	64092 *	74970 *	85848 *	96726 *

這個表是練習兩位數和三位數相乘的時候用的。比方： $321 \times 21 = 6721$ ， $21 \times 321 = 6721$ ，有星標的積數，是表示乘的時候要用到頂珠的。

3. 乘法打盤練習第三表：——

乘	898	899	988	989	998	999
898	806404					
899	807302	808201				
988	887224	888212	976144			
989	888122	889111	977132	978121		
998	899204	897202	986024	987022	996004	
999	897102	898101	987012	988011	997002	998001

這個表是練習三位數和三位數相乘的時候用的。比方： $899 \times 998 = 807302$ ， $898 \times 999 = 807302$ 。這個表裏頭的每一個算題，乘的時候都要用到頂珠，並且每一題都要用到頂珠臨時當十。

如果改用「破頭乘」，也就可以減少應用頂珠的麻煩。如果採用新式算盤；那末，就算應用「留頭乘」，也可以不用頂珠臨時當十，減少錯誤的可能性。

十 整數和小數的乘法(下)

現在再說到關於小數的乘法。

小數的乘法，在選歌撥珠上，是和整數的乘法一樣的。要注意的地方，就只在積數的定位上，有一點兒不同。

關於小數乘法上積數的定位，也只拿乘數做標準；至於被乘數，是整數也好，是小數也好，在這裏都是沒有關係的。

第一，如果乘數是帶小數，那積數的單位也還是依據那個帶小數的整數部份做標準。如果那個整數部份有一位，那積數的單位就比較被乘數原來的單位向右移過一檔；如果有二位，就移過二檔；等等。至於那個帶小數的小數部份，不管是怎樣的情形，卻和積數的單位都是沒有關

係的。

第二，如果乘數是一個純小數，那個純小數的十分位上是一個有效數字；那末，積數的單位就仍舊在被乘數原來的單位上，不要移動。

第三，如果乘數是一個純小數，那個純小數的第一個有效數字在百分位上；也就是那個有效數字和那個純小數的單位中間，還空着一個位子。這時候，積數的單位，比較被乘數原來的單位就要向左（不是向右了）移過一檔。

第四，如果那個有效數字和那個純小數的單位中間空着兩個位子，那積數的單位就要向左移過兩檔；空着三個位子，就移過三檔；等等。

比方：

第一，米每石價，法幣108.5元，現在買24石，需法幣多少？

（這個乘法題目裏頭雖然被乘數是小數，但在定位上是拿乘數做標準的；所以在乘過以後，因為乘數24是兩位整數，只要把被乘數的單位向右移過兩檔，就是積數的單位了。）

第二，米每石價，法幣108.5元，現在買24.5石，需法幣多少？

（這個題目的乘數，雖然是小數，但不是純小數，是帶小數；所以積數的單位還是拿這個帶

小數的整數部份做標準。因為這個整數部份是兩位，所以積數的單位還是向右移過兩位。）

第三，米每石價，法幣108元，現在買0.5石，需法幣多少？

（這個題目的乘數是0.5，「5」在十分位上，所以積數的單位就仍舊在被乘數原來的單位上，不要移動。）

第四，米每石價，法幣108元，現在買0.05石，需法幣多少？

這個題目的乘數是0.05，「5」在百分位上；也就是這個有效數字和這個小數的單位中間還空着一個位子；所以，積數的單位比較被乘數原來的單位就要向左（不是向右）移過一檔。

第五，米每石價，法幣108元；假如有米0.005石，值法幣多少？

（這個「0.005」的「5」，和這個小數單位的中間還空着兩個位子；所以，積數的單位比較被乘數原來的單位，就要向左移過兩檔。）

× × ×

整數和小數的乘法，前面已經完全說過了。現在把決定積數單位的理由，說明於下：

決定積數單位的根本理由是：「被乘數原來單位的右一檔，在置上積數以後，變成乘數首位的單位了。」

比方：——

(一)用一個整數去乘的時候，如果乘數的首位是一個百位數；那在乘得積數以後，被乘數原來單位的右一檔，就變成百位數了。所以，在這個時候，單位是向右移過三檔。乘數是整數四位五位的，可以照推。

(二)用一個純小數去乘的時候，如果乘數的首位數是在十分位上；那在乘得積數以後，被乘數原來單位的右一檔，就仍舊是十分位。所以，在這個時候，單位是不移。

(三)若是所用純小數的乘數，他的首位有效數字在百分位上、千分位上等等；那在乘得積數以後，被乘數原來單位的右一檔，就變成了百分位、千分位等等。所以，在這個時候，單位是向左移過一位、二位等等。

習題十二

1. 米每石價，法幣108元。現在買了十分之五石，需法幣多少？
2. 某種布一丈，值法幣十二元五角；現在買了二十三丈四尺五寸，須付法幣多少？
3. 黃金一兩，兌價是法幣八百六十五元；如果有黃金二兩九錢八分，值法幣多少？
4. 米每石價，法幣108元，求米五斗值法幣多少？

十一 整數和小數的除法（上）

【例子】 李大明有法幣八元，每天用去二元，求可用幾天。

第一 用減法算：——

$$8\text{元} - 2\text{元} = 6\text{元} \quad 6\text{元} - 2\text{元} = 4\text{元}$$

$$4\text{元} - 2\text{元} = 2\text{元} \quad 2\text{元} - 2\text{元} = 0$$

答可用四天。

第二 用除法算：——

$$8\text{元} \div 2\text{元} = 4$$

答可用四天。

從這裏，我們可以看出：除法是從減法發展得來的。常常把相同的數目（比方二元）連減，就發生了簡便的除法。

因此，我們有了相同的數目要連減，就用除法。

× × ×

我們先來講明整數的除法，以後再講小數的除法。

對於整數的除法，又首先講一位除數的除法，再講除數二位的除法，最後講除數二位以上的除法。

除數一位的除法，在珠算上的舊名子叫做「歸法」。因此，在珠算上，用一去除，用二去除……以及用九去除的法子，舊名子就叫做「一歸」，「二歸」……以至「九歸」，合起來也叫做「九歸」。

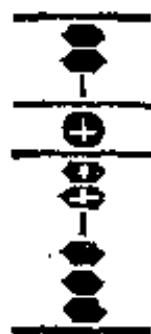
在筆算上，除法是不要另外用什麼新的口訣的，只要把乘法的口訣拿來倒用就行了。比方，在乘法上，三乘四是一十二，口訣就是「三四一十二」。到了除法上，用三去除一十二，我們就想起「三幾是一十二」呢？記起了三「四」一十二，就說得數是四；這就是把乘法的口訣拿來倒用了。

在珠算上，一位除數的除法，是另外有口訣的。現在用下列的表把這些口訣列出來：——

解手柱 3 12		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	送一進一	送二進二	送三進三	送四進四	送五進五	送六進六	送七進七	送八進八	送九進九	
2	二一添作五	送二進一		送四進二		送六進三		送八進四		
3	三三三十二	三二六十一	送三進一			送六進二			送九進三	
4	四一二十四	四二添作四三	四三七十	送四進一				送八進二		
5	五一倍作四	五二倍作六	五三倍作八	五四倍作十	送五進一					
6	六一下加四	六二三十五	六三添作四	六四六十二	六五八十	送六進一				
7	七一下加三	七二下加六	七三四十五	七四五十一	七五七十四	七六八十	送七進一			
8	八一下加二	八二下加四	八三下加六	八四添作五	八五六十二	八六七十六	八七八十	送八進一		
9	九一下加一	九二下加三	九三下加四	九四下加五	九五下加六	九六下加七	九七下加八	九八下加八	送九進一	

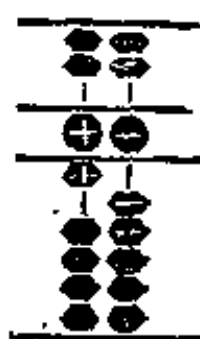
這個表裏頭的歌訣，有不同的五種；現在來分別的解釋一下：——

第一是：「逢幾進幾」一類的歌訣。比方，「逢二進一」，「逢二」是指明當時的除數是二，在盤上所碰（逢）到的被除數也是「二」。「進一」是指明把當時所碰到的被除數撥去以後，到左一檔上「進」上一個。撥珠的法子如下：



被除數二

(圖一一九)



逢二進一

左本

檔檔

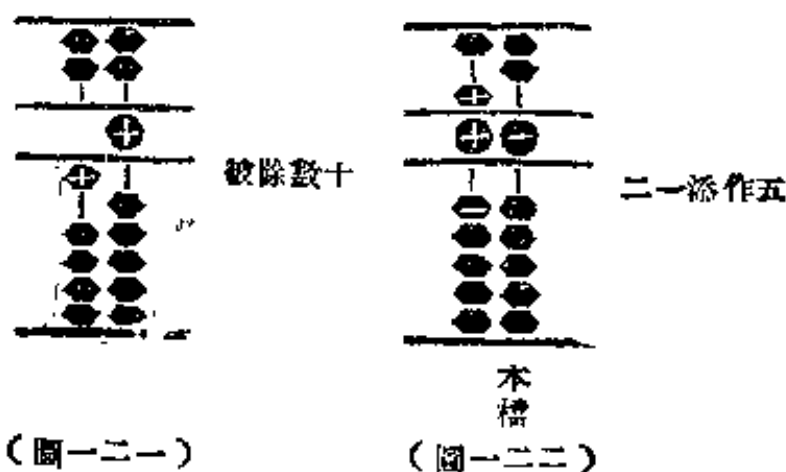
(圖一二〇)

這時候，被除數所在的那一檔，叫做本檔；所得商數的那一檔，叫做左檔。從所得結果上看來，商數的單位比較被除數原來的單位向左移過一檔了。

這類的歌訣，基本上只有九句。這九句是，「逢一進一」，「逢二進一」，「逢三進一」……一直到「逢九進一」。至於「逢二進二」，「逢三進三」等，是運用幾個「逢一進一」的簡便方法。「逢四進二」，「逢六進三」等，是運用幾個「逢二進一」的簡便方法。

如果碰到盤上某一檔有「兩個五」要用五除的時候，就可以用一句「逢十進二」。有「兩個六」要用六除的時候，也可以用一句「逢雙六進二」。有「兩個七」要用七除的時候，也可以用一句「逢雙七進二」。

第二是：「二一添作五」，「四二添作五」一類的歌訣。這類的歌訣，第一個數目字是指着除數，第二個數目字是指着被除數。「添作五」，是指明要把被除數「加添」一些，「改作」「五」個，作為商數。撥珠的法子如下：——

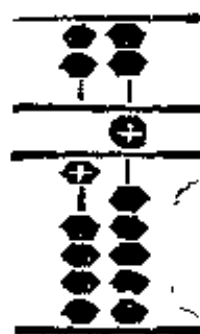


這時候，被除數所在的那一檔却不叫做本檔。這時候，本檔是在被除數「一」的右一檔上。因為被除數「一」比較除數「二」小，不能夠應用「逢幾進幾」的歌訣，把商數進到被除數所在的左一檔上去；所以，這時候的商數就只能夠得在被除數所在的檔上了。把商數得在被除數所在的檔上，那就好像是用「逢幾進幾」的歌訣，從被除數所在的右檔上進來的一樣。比方，「二一

添作五」，就好像是在原有被除數所在的右檔上，有了十個，用一句「逢十進五」的歌訣，把商數「五」，進到了原有被除數的位子上。所以，這時候的本檔是在原有被除數的右檔上，却不是在原有被除數所在的那一檔上。

單位也是向左移過了一位。

第三是：「五一倍作二」，「五二倍作四」這一類的歌訣。這類的歌訣，第一個數目字也是指的除數，第二個數目字也是指的被除數。「倍作幾」，是指明要照着被除數的數目，加上一個「倍」，「作成」所得的商數。撥珠的法子如下：——



(圖一二三)

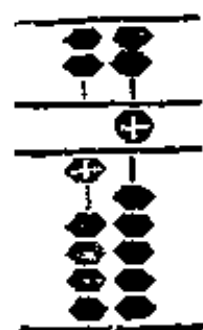


(圖一二四)

這時候的本檔，也是在原有被除數「一」的右檔上。「五一倍作二」，也好像是從本檔上用了「逢十進二」一句歌，才把商數「二」進到原有被除數這個檔上來的。

單位也是向左移過了一檔。

第四是：「三一三十一」，「三二六十二」這一類的歌訣。這類歌訣的第一個數目字，也是指的除數；第二個數目字，也是指的被除數。「幾十幾」的第一個「幾」是指的商數；第二個「幾」是指的餘數。至於那個「十」字，他並不是指明前一個「幾」是「幾十」；而是指明：前一個「幾」恰巧在後一個「幾」的左一檔上，在表上，商數和餘數連起來，好像是「幾十幾個」罷了。撥珠的法子如下：——



被除數十

(圖一二五)



三一三十一

本檔

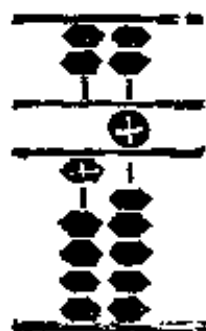
(圖一二六)

這時候的本檔，也是在被除數「一」的右一檔上。「三一三十一」，這好像是從本檔上用了「逢九進三」那句歌，把商數「三」進到了原來被除數的位子上；同時，在本檔上還剩下「一」個。

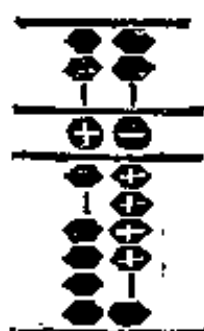
單位也是向左移過了一位。

第五是：「六一下加四」，「七一下加三」這一類的歌訣。這類歌訣的第一個數目字，也是指的除數，第二個數目字也是指的被除數。「下加幾」是指明對於被

除數的算珠不要撥動，就把他作為商數；同時，在這個商數的「下」一檔上，「加」上「幾」個，作為餘數。撥珠的法子如下：——



被除數十



六一下加四

本檔

（圖一二七）

（圖一二八）

這時候的本檔，也是在被除數「一」的右檔上。「六一下加四」，這好像是從本檔上用了「逢六進一」那句歌，把商數「一」進到原來被除數「一」的位子上來；同時，在本檔上還剩下「四個」。

單位也是向左邊移過了一檔。

× × ×

上面所說除數一位的歌訣，是分成五類的；這也是目前一般珠算書上所列的除法歌訣。

不過，我們如果要把這些歌訣改造得更加合理一些，那就只要分成三類就行了。

第一，商數在被除數左檔上的歌訣。比方，上面所說的第一類，逢一進一，逢二進一等等。用這些歌訣的時候，被除數的數目比較除數的數目大，或者相等。

被除數原來的位子是本檔，商數進到了左檔上面。

第二，商數在被除數首位的位子上，又沒有餘數的歌訣。比方，上面所說的第二類「二一添作五」等和第三類「五一倍作二」等都是。用這些歌訣的時候，被除數的數目比較除數的數目小。被除數首位的右檔是本檔；商數就在原來被除數的位子上，也就是在本檔的左檔上。

爲了整齊統一，原來的歌訣，「二一添作五」等等，可以改成「二一商作五」等等；原來的「五一倍作二」等等，可以改成「五一商作二」等等。這樣一來，就把上面所說的第二第三兩類，合成一類了。

第三，商數在被除數首位的位子上，又還有餘數的。比方，上面所說的第四類「三一三十一」等和第五類「六一下加四」等都是。

用這些歌訣的時候，被除數的數目也是比較除數的數目小。被除數首位的右檔是本檔；商數也在原來被除數的位子上，也就是在本檔的左檔上。不過，比較上條不同的，是：在本檔上還有剩下的餘數罷了。

爲了整齊統一，原來的歌訣「三一三十一」等等，可以不改動；只有原來的「六一下加四」等等，似乎可以改成「六一一十四」等等。這樣一來，就把上面所說的第四第五兩類，也合成一類了。

× × ×

除數一位的除法，有了上面這些歌訣就可以計算了

• 現在來依次的研究「九歸」。

第一，「一歸」，在事實上是不用的。比方，有五元法幣，每天用去一元，可用幾天呢？這在算盤上要撥珠，在口頭上要念歌，都是可以的；不過，因為題目太簡單，大家就只用心算不用算盤了。

因此，所謂「九歸」，却是從「二歸」起，在事實上總共只有八歸。

第二，關於「二歸」，基本上只有兩句歌訣，第一是「逢二進一」；第二是「二一添作五」。

在盤上碰到了「一」就用「二一添作五」；碰到了「二」就用「逢二進一」。

若是碰到了「三」，就首先用一句「逢二進一」，再用一句「二一添作五」。若是碰到了「四」，就用一句「逢四進二」。

若是碰到了「五」，就首先用一句「逢四進二」，再用一句「二一添作五」。若是碰到了「六」就用一句「逢六進三」。

若是碰到了「七」，就首先用一句「逢六進三」，再用一句「二一添作五」。若是碰到了「八」，就用一句「逢八進四」。

若是碰到了「九」，就首先用一句「逢八進四」，再用一句「二一添作五」。

在每一檔上的數目，最少的是一個，最多的是九個

，總共只有九種情形。現在對於九種情形，都有法子可以除下去了；所以，「二歸」就算研究完了。

第三，關於「三歸」的，基本上總共只有三句歌，就是，「逢三進一」，「三一三十一」，「三二六十二」。

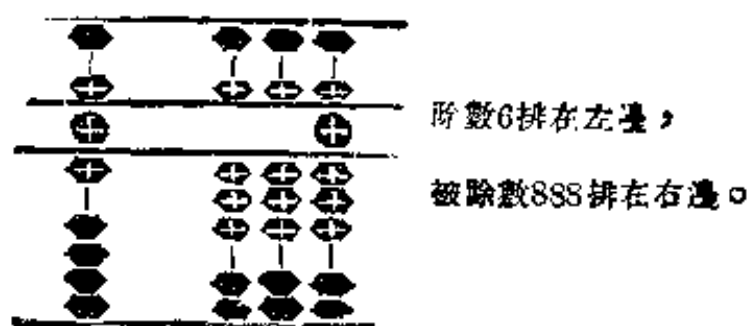
說到這裏，讀者可以由自己，按照上面研究二歸的法子，看在盤上碰到了「一」要用哪句歌，碰到了「二」要用哪句歌，碰到了「三」要用哪句歌，……一直到在盤上碰到了「九」，又要用哪句歌，或者哪幾句歌。

如果對於某一檔上的每一種情形都有了法子可以除下去；那末，三歸也就研究完了。

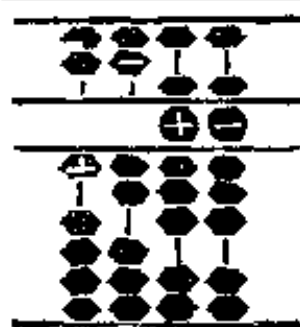
第四，關於四歸五歸……一直到九歸，都要由讀者自己這樣繼續下去的研究一番。那末，九歸就可以算是研究完了。

現在舉一個除數一位，被除數有多位的例子如下：

$$888 \div 6 = 148$$



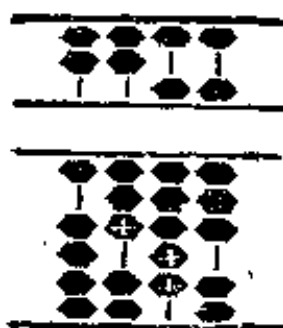
(圖一二九)



本檔

（圖一三〇）

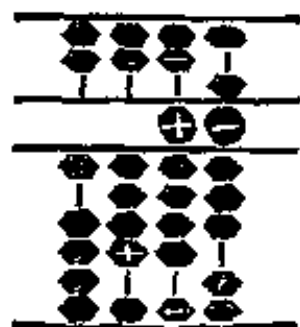
逢六進一



本檔

（圖一三一）

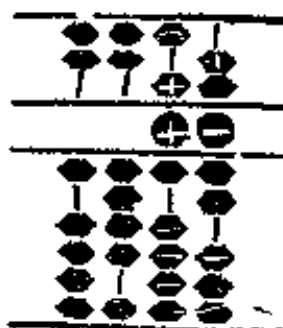
六二三十二



本檔

（圖一三二）

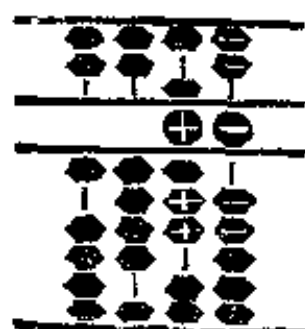
逢六進一



本檔

（圖一三三）

六四六十四



本檔

（圖一三四）

逢雙六進二

得數是148；單位向左移過了一檔。

現在把除數一位被除數多位的除法作個總結如下：

第一 把除數記在算盤的左邊。（熟練時，可以不記。）被除數記在算盤的中間。

第二 把除數除被除數的第一位。依照除數一位被除數也是一位的法子去除。如果有餘數，就要把餘數加在被除數的第二位數目裏面去。

第三 繼續再把除數除被除數的第二位，第三位，……一直到最末了的一位。

第四 如果被除數中間有空着的位子，那就要跳過那個位子不除。

第五 若是除到了最末了的一位，或是恰巧除盡，或是餘數比較除數小，那就不除了。

第六 這時候，盤上所記的就是商數，或者是商數和餘數。

習 題 十 三

1. 一歸的練習題（每題除得商數以後，隨手用乘法還原；下同。）

$$12 \div 1 = 12 \quad 34 \div 1 = 34 \quad 56 \div 1 = 56$$

$$78 \div 1 = 78 \quad 321 \div 1 = 321 \quad 654 \div 1 = 654$$

$$987 \div 1 = 987 \quad 8052 \div 1 = 8052$$

2. 二歸的練習題

$$\begin{array}{lll} 12 \div 2 = 6 & 34 \div 2 = 17 & 56 \div 2 = 28 \\ 78 \div 2 = 39 & 234 \div 2 = 117 & 456 \div 2 = 228 \\ 678 \div 2 = 339 & 534 \div 2 = 267 & 756 \div 2 = 378 \\ 978 \div 2 = 489 & 708 \div 2 = 354 & 890 \div 2 = 445 \end{array}$$

3. 三歸的練習題

$$\begin{array}{lll} 12 \div 3 = 4 & 24 \div 3 = 8 & 36 \div 3 = 12 \\ 48 \div 3 = 16 & 57 \div 3 = 19 & 69 \div 3 = 23 \\ 75 \div 3 = 25 & 81 \div 3 = 27 & 93 \div 3 = 31 \\ 111 \div 3 = 37 & 444 \div 3 = 148 & 777 \div 3 = 259 \end{array}$$

4. 四歸的練習題

$$\begin{array}{lll} 12 \div 4 = 3 & 28 \div 4 = 7 & 32 \div 4 = 8 \\ 48 \div 4 = 12 & 56 \div 4 = 14 & 64 \div 4 = 16 \\ 72 \div 4 = 18 & 88 \div 4 = 22 & 100 \div 4 = 25 \\ 728 \div 4 = 182 & 804 \div 4 = 201 & 904 \div 4 = 226 \end{array}$$

5. 五歸的練習題

$$\begin{array}{lll} 15 \div 5 = 3 & 25 \div 5 = 5 & 35 \div 5 = 7 \\ 45 \div 5 = 9 & 65 \div 5 = 13 & 75 \div 5 = 15 \\ 85 \div 5 = 17 & 95 \div 5 = 19 & 125 \div 5 = 25 \\ 345 \div 5 = 69 & 675 \div 5 = 135 & 895 \div 5 = 179 \end{array}$$

6. 六歸的練習題

$$\begin{array}{lll} 12 \div 6 = 2 & 24 \div 6 = 4 & 36 \div 6 = 6 \\ 48 \div 6 = 8 & 54 \div 6 = 9 & 78 \div 6 = 13 \\ 84 \div 6 = 14 & 96 \div 6 = 16 & 102 \div 6 = 17 \end{array}$$

$$348 \div 6 = 58 \quad 444 \div 6 = 74 \quad 798 \div 6 = 133$$

7. 七歸的練習題

$$14 \div 7 = 2 \quad 21 \div 7 = 3 \quad 85 \div 7 = 5$$

$$42 \div 7 = 6 \quad 56 \div 7 = 8 \quad 63 \div 7 = 9$$

$$84 \div 7 = 12 \quad 91 \div 7 = 13 \quad 28 \div 7 = 4$$

$$49 \div 7 = 7 \quad 336 \div 7 = 48 \quad 651 \div 7 = 93$$

8. 八歸的練習題

$$16 \div 8 = 2 \quad 24 \div 8 = 3 \quad 32 \div 8 = 4$$

$$48 \div 8 = 6 \quad 56 \div 8 = 7 \quad 64 \div 8 = 8$$

$$72 \div 8 = 9 \quad 96 \div 8 = 12 \quad 112 \div 8 = 14$$

$$456 \div 8 = 57 \quad 1008 \div 8 = 126 \quad 3456 \div 8 = 432$$

9. 九歸的練習題

$$18 \div 9 = 2 \quad 27 \div 9 = 3 \quad 36 \div 9 = 4$$

$$45 \div 9 = 5 \quad 54 \div 9 = 6 \quad 63 \div 9 = 7$$

$$72 \div 9 = 8 \quad 81 \div 9 = 9 \quad 558 \div 9 = 62$$

$$666 \div 9 = 74 \quad 774 \div 9 = 86 \quad 882 \div 9 = 98$$

10. 有餘數的練習題

$$17 \div 2 = 8 \text{ 餘 } 1 \quad 27 \div 2 = 13 \text{ 餘 } 1$$

$$35 \div 3 = 11 \text{ 餘 } 2 \quad 49 \div 3 = 16 \text{ 餘 } 1$$

$$53 \div 4 = 13 \text{ 餘 } 1 \quad 66 \div 4 = 16 \text{ 餘 } 2$$

$$77 \div 5 = 15 \text{ 餘 } 2 \quad 89 \div 5 = 17 \text{ 餘 } 4$$

$$107 \div 6 = 17 \text{ 餘 } 5 \quad 124 \div 7 = 17 \text{ 餘 } 5$$

$$143 \div 8 = 17 \text{ 餘 } 7 \quad 168 \div 9 = 18 \text{ 餘 } 6$$

11. $123456789 \div 2 = ?$ （得商數以後，隨手用二乘還原。）
12. 被除數同上，挨次用三、四、五、……九去除，得商數以後，隨手用該數去乘，還得原數。

十二 整數和小數的除法(中)

現在我們來研究除數有兩位的除法。

除數兩位的除法，在過去的珠算書上，叫做「幾歸幾除」。比方，除數是一十二，就叫做「一歸二除」；除數是六十五，就叫做「六歸五除」。

因為在珠算上，除數兩位的除法，首先是拿除數的第一位去除，這時候用的是歸法。然後再用除數的第二位去除，這時候用的是減法。並且，這時候的減，正是從被除數「除去」的意思。所以，這種「先歸後減」的法子，就叫做「歸除」。

現在由淺入深的繼續舉例來說明撥珠的手續：——

第一例 十二人平分二十四元，每人得多少？

1. 把除數置在盤的左邊，被除數置在盤的中間。



（圖一三五）

2. 用除數第一位「一」來除被除數的第一位「二」。
「逢一進二」。

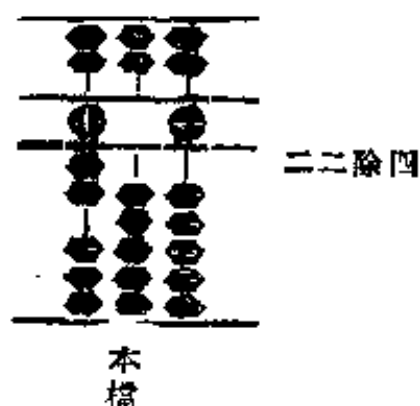


檔

（圖一三六）

這時候被除數裏面減去了「二十」；這「二十」用「十」去除，商數是「二」。這就是那十個人，每人得了二元；但其餘的兩個人還沒有得到。若是其餘的兩個人，每個人都得二元，那就還要在被除數裏面減去四元。所以，……

- 第三 用商數「二」和除數「二」相乘，得四；從被除數裏面減去。唸「二二除四」。



(圖一三七)

這時候，十二個人每個人都得了二元。盤上的「二」就是商數。這個商數的單位，比較被除數原來的單位向左移過了兩檔。

在乘法歌裏頭原來唸做「二二如四」；在這裏，因為是要從被除數裏面除去，所以就唸「二二除四」。

當從被除數除去的時候，商數的下一檔叫做「本檔」。因為要除去的數目，只有四個，沒有滿十個，所以就在本檔的右一檔上除去。以後，如果要除去的數目是十數，那就要在本檔上除去。

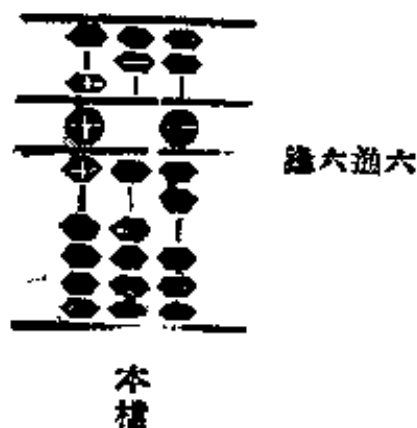
第一例練習題：

$26 \div 13 = 2$	$39 \div 13 = 3$	$84 \div 21 = 4$
$82 \div 41 = 2$	$36 \div 12 = 3$	$28 \div 14 = 2$
$64 \div 32 = 2$	$86 \div 43 = 2$	$48 \div 12 = 4$
$42 \div 21 = 2$	$68 \div 34 = 2$	$88 \div 44 = 2$

第二例 十二人平分七十二元，每人得多少？

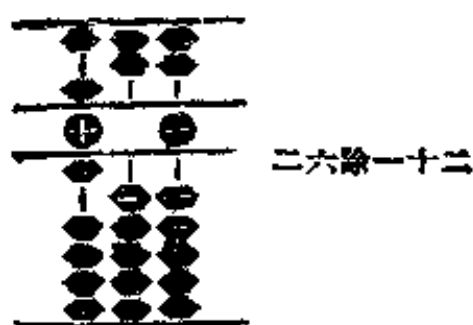
第一 把除數被除數置在盤上。

第二 用除數「一」來除被除數「七」；照上例，似乎可以用「逢七進七」。但是，如果用了「逢七進七」；那末，那十個人每人得了七元，其餘的二人，每人也要得七元；在盤上就還該除去一十四元。現在若是用了「逢七進七」，那盤上就只剩下二元了；所以就只能夠用「逢六進六」。



（圖一三八）

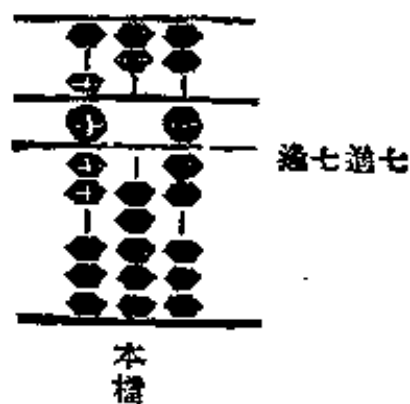
第三 用商數六和除數二相乘，從被除數裏面減去，唸「二六除一十二」。十數「一」在本檔上減去；個數「二」在本檔的右一檔上減去。



(圖一三九)

第四 商數的單位，也是比較被除數原來的單位向左移過兩檔。以後，凡是除數兩位的除法，單位都是向左移過兩檔。

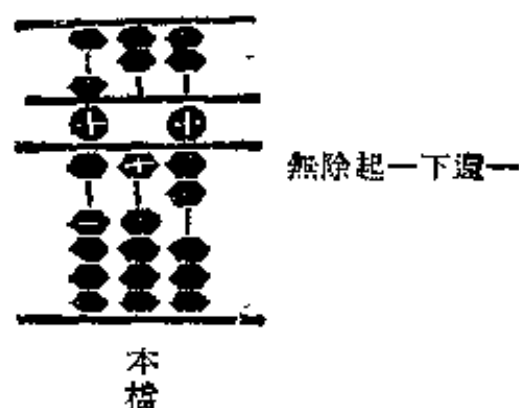
第五 這個題目，在開始用歸法的時候，若是一下不曾心算得明白，首先就用了「逢七進七」，那又怎麼樣呢？



(圖一四〇)

第六 這時候，用商數七和除數二相乘得一十四；盤上剩下的被除數只有二了，不夠「除去」了。所以，這時候，要把已經假定的商數七減少一個；同時，把減少的這一個，還原到本檔上

來。唸「無除起一下還一」。



（圖一四一）

這裏的「無除」，是指不夠「除去」的意思；「起一」是從假定的商數裏面減少一個；「下還一」是指到「下」橋上去「還原」「一個」。

第七 這時候假定的商數，已經變成了六個，便照上面的第三條計算就行了。

關於「無除起幾下還幾」的歌訣：

在一歸幾除裏面，有「無除起一下還一」，「無除起二下還二」，「無除起三下還三」等。

在二歸幾除裏面，有「無除起一下還二」，「無除起二下還四」等等。

在三歸幾除裏面，有「無除起一下還三」，「無除起二下還六」等等。以下類推。

× × ×

第二例的練習題：

$$60 \div 12 = 5 \quad 90 \div 15 = 6 \quad 78 \div 26 = 3$$

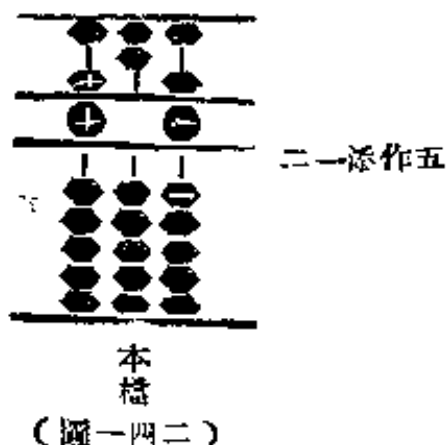
$$87 \div 29 = 3 \quad 91 \div 13 = 7 \quad 96 \div 16 = 6$$

$$81 \div 27 = 3 \quad 78 \div 39 = 2 \quad 98 \div 14 = 7$$

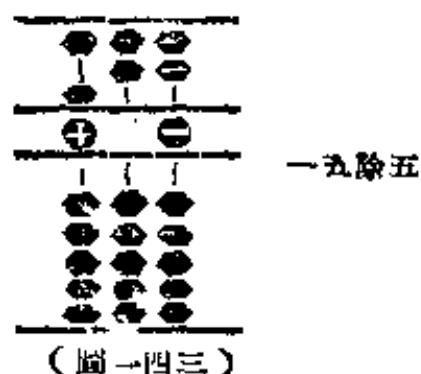
$$95 \div 19 = 5 \quad 84 \div 28 = 3 \quad 98 \div 49 = 2$$

等三例 二十一人平分一百零五元，每人得多少？

第一 這個題目，被除數第一位比較除數第一位小，不能夠用「逢幾進幾」的口訣，只能夠採用九歸裏頭別的口訣。這裏是用「二一添作五」。



第二 假定的商數是五。商數的右一檔是本檔。用商數和除數的第二位相乘，得五，沒有滿十，在本檔的右一檔上除去。



第三例練習題

$$120 \div 24 = 5 \quad 117 \div 39 = 3 \quad 205 \div 41 = 5$$

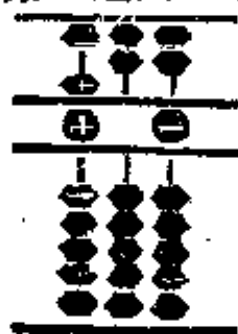
$$343 \div 49 = 7 \quad 145 \div 29 = 5 \quad 204 \div 34 = 6$$

$$245 \div 49 = 5 \quad 102 \div 51 = 2 \quad 102 \div 34 = 3$$

$$234 \div 39 = 6 \quad 301 \div 43 = 7 \quad 118 \div 59 = 2$$

第四例 二十五人平分一百元，每人得多少？

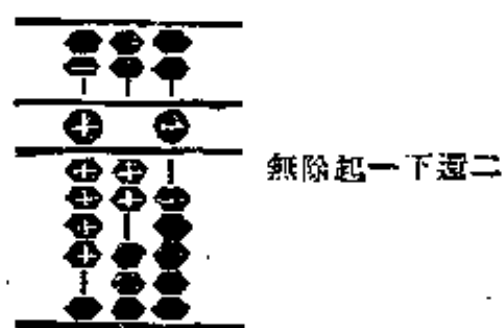
第一 這題，除數的第一位也是比較被除數的第一位大，所以也不能夠用「逢幾進幾」的歌訣。現在照第三題用，「二一添作五」。



本
檔

（圖一四四）

第二 把商數和除數的第二位相乘，得二十五；但是，被除數裏面沒有二十五元了。所以，就要把假定的商數減少。用「無除起一下還二」。



本橋

(圖一四五)

第三 「四五除二十」，恰巧除盡了。

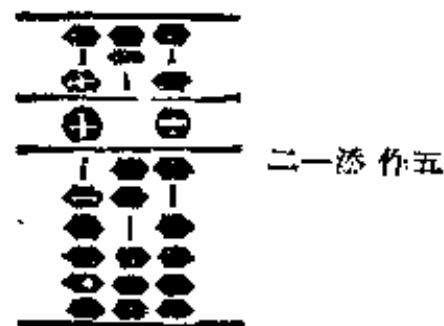
第四例練習題：

$$104 \div 26 = 4 \quad 112 \div 28 = 4 \quad 406 \div 58 = 7$$

$$108 \div 27 = 4 \quad 116 \div 29 = 4 \quad 413 \div 59 = 7$$

第五例 二十一人，平分一百二十六元，每人得多少？

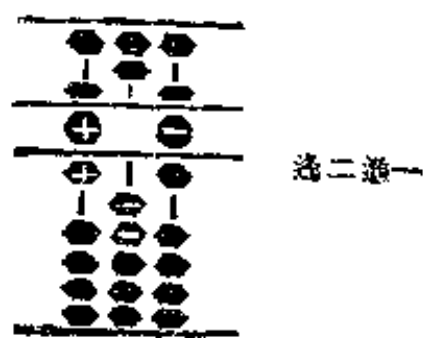
第一 這題，除數第一位也是比較被除數的——位大，所以也不能夠用「逢幾進幾」的歌訣，只能夠照第三第四兩題，用「二一添作五」。



本橋

(圖一四六)

第二 不過，這時候剩下的被除數，還比較除數大；所以，假定的商數「五」，還嫌小了一些；所以，在本檔上還可以再用「逢二進一」，把假定的商數加大一個。



本檔

（圖一四七）

第三 這時候，假定的商數已經合成了六元。所以就這個商數六，和除數一相乘，從剩餘的被除數裏面減去。——「一六除六」。

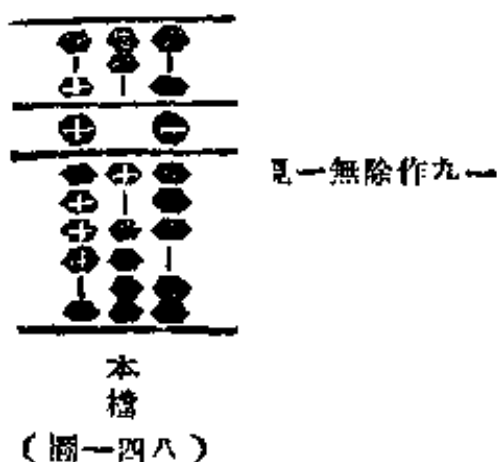
第五例練習題

$189 \div 21 = 9$	$369 \div 41 = 9$	$649 \div 61 = 9$
$729 \div 81 = 9$	$185 \div 31 = 6$	$357 \div 51 = 7$
$568 \div 71 = 8$	$718 \div 91 = 8$	$279 \div 31 = 9$
$459 \div 51 = 9$	$639 \div 71 = 9$	$819 \div 91 = 9$

第六例 十二人平分一百零八元，每人得多少？

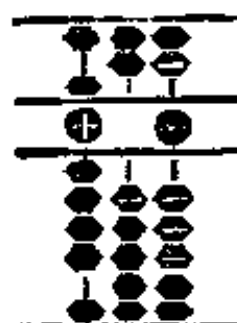
第一 這題除數的第一位和被除數的第一位相等；但是，又不能夠用「逢幾進一」的歌訣。因為一用了「逢幾進一」的歌訣，剩下的被除數就

不夠「除去」了。所以，就改用下面的新方法來除。



這句新歌訣裏面的「見一」，是指明：「除數是一，碰到的被除數也是一」的意思。「無除」，是指明：若是用了「逢幾進一」，那剩下的被除數就會不夠「除去」的意思。「作九一」，就是指明：不用「逢幾進一」到左檔上去商一；却把下一檔作為本檔，把一改成「九」，作為假定的商數，在本檔上加一，作為餘數。這就好像原來那個「一」，是本檔上的「十」，用了「逢九進九」，得了假定的商數「九」，本檔上還剩下了餘數「一」。

第二 二九除一十八。



二九除一十八

（圖一四九）

這裏新提出來的歌訣，在舊珠算書上，叫做「攢歸」的歌訣。這種歌訣總共有九句；合前面說過的「無除起一下還一」等，總共是十八句：——

用 途	歌 訣
一歸幾除用的	見一無除作九一 無除起一下還一
二歸幾除用的	見二無除作九二 無除起一下還二
三歸幾除用的	見三無除作九三 無除起一下還三
四歸幾除用的	見四無除作九四 無除起一下還四
五歸幾除用的	見五無除作九五 無除起一下還五
六歸幾除用的	見六無除作九六 無除起一下還六
七歸幾除用的	見七無除作九七 無除起一下還七
八歸幾除用的	見八無除作九八 無除起一下還八
九歸幾除用的	見九無除作九九 無除起一下還九

第六例練習題：

$$117 \div 13 = 9 \quad 261 \div 29 = 9 \quad 414 \div 46 = 9$$

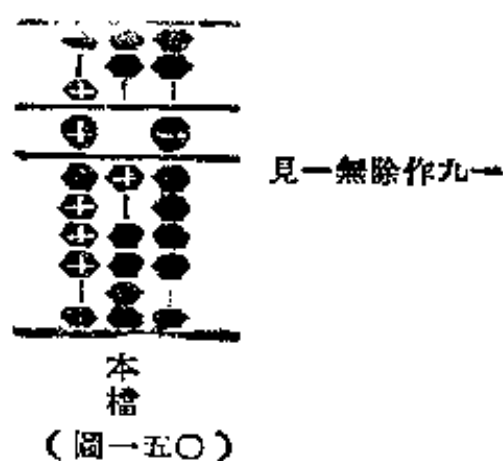
$$612 \div 6 = 9 \quad 171 \div 19 = 9 \quad 215 \div 35 = 9$$

$$441 \div 49 = 9 \quad 717 \div 79 = 9 \quad 216 \div 24 = 9$$

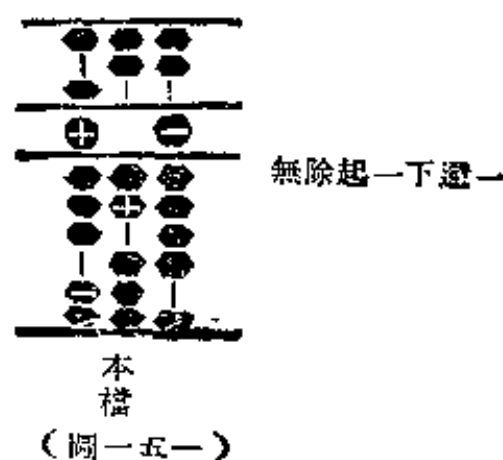
$$351 \div 39 = 9 \quad 513 \div 57 = 9 \quad 801 \div 89 = 9$$

第七例 十三人平分一百零四元，每人得多少？

第一 照第六題用「見一無除作九一」。



第二 要除去「三九二十七」，不夠；再用「無除起一下還一」。



第三 「三八除二十四」，除盡了。

第七例練習題：

$$112 \div 14 = 8 \quad 102 \div 17 = 6 \quad 200 \div 25 = 8$$

$$224 \div 28 = 8 \quad 105 \div 15 = 7 \quad 108 \div 18 = 6$$

$$208 \div 26 = 8 \quad 203 \div 29 = 7 \quad 112 \div 16 = 7$$

$$114 \div 19 = 6 \quad 216 \div 27 = 8 \quad 312 \div 39 = 8$$

（以上的商數，都只有一位。若是得了商數一位，還有餘數；那就只要挨次推下一位，繼續照上面的法子除下去，就行；用不着再舉例子了。）

習 題 十 四

1. 一歸九除的練習題（每題除得商數以後，隨手用乘法還原；下同。）

$$198 \div 18 = 11 \quad 704 \div 16 = 44 \quad 1089 \div 11 = 99$$

$$1188 \div 18 = 66 \quad 660 \div 12 = 55 \quad 935 \div 17 = 55$$

$$1056 \div 12 = 88 \quad 1254 \div 19 = 66 \quad 418 \div 19 = 22$$

$$836 \div 19 = 44 \quad 1672 \div 19 = 88 \quad 1045 \div 19 = 55$$

2. 二歸幾除的練習題

$$462 \div 21 = 22 \quad 957 \div 29 = 33 \quad 1452 \div 22 = 66$$

$$2376 \div 27 = 88 \quad 759 \div 23 = 33 \quad 1155 \div 21 = 55$$

$$1936 \div 22 = 88 \quad 2002 \div 26 = 77 \quad 616 \div 28 = 22$$

$$1012 \div 23 = 44 \quad 2871 \div 29 = 99 \quad 2233 \div 29 = 77$$

3. 三歸幾除的練習題

$$682 \div 31 = 22 \quad 1155 \div 35 = 33 \quad 2442 \div 37 = 66$$

$$3168 \div 32 = 99 \quad 792 \div 36 = 22 \quad 1496 \div 34 = 44$$

$$2145 \div 39 = 55 \quad 3080 \div 85 = 88 \quad 858 \div 39 = 22$$
$$1870 \div 34 = 55 \quad 2992 \div 84 = 88 \quad 3003 \div 39 = 77$$

4. 四歸幾除的練習題

$$902 \div 41 = 22 \quad 1892 \div 43 = 44 \quad 2828 \div 43 = 66$$
$$3960 \div 45 = 88 \quad 1012 \div 46 = 22 \quad 2310 \div 42 = 55$$
$$3388 \div 44 = 77 \quad 4059 \div 41 = 99 \quad 1584 \div 48 = 33$$
$$2058 \div 47 = 44 \quad 3234 \div 49 = 66 \quad 4136 \div 47 = 88$$

5. 五歸幾除的練習題

$$638 \div 58 = 11 \quad 2420 \div 55 = 44 \quad 3135 \div 57 = 55$$
$$4466 \div 58 = 77 \quad 1166 \div 53 = 22 \quad 2805 \div 51 = 55$$
$$3927 \div 51 = 77 \quad 5544 \div 56 = 99 \quad 1716 \div 52 = 33$$
$$3696 \div 56 = 66 \quad 4928 \div 56 = 88 \quad 5192 \div 59 = 88$$

6. 六歸幾除的練習題

$$759 \div 69 = 11 \quad 2772 \div 63 = 44 \quad 4290 \div 65 = 66$$
$$5236 \div 68 = 77 \quad 1408 \div 64 = 22 \quad 3355 \div 61 = 55$$
$$4928 \div 64 = 77 \quad 6831 \div 59 = 99 \quad 2046 \div 62 = 33$$
$$3036 \div 69 = 44 \quad 5895 \div 67 = 88 \quad 6072 \div 69 = 88$$

7. 七歸幾除的練習題

$$858 \div 78 = 11 \quad 3256 \div 74 = 44 \quad 4686 \div 71 = 66$$
$$6248 \div 71 = 88 \quad 1584 \div 72 = 22 \quad 3960 \div 72 = 55$$
$$5852 \div 76 = 77 \quad 6006 \div 78 = 77 \quad 2409 \div 73 = 33$$
$$4125 \div 75 = 55 \quad 5052 \div 77 = 66 \quad 7821 \div 79 = 99$$

8. 八歸幾除的練習題

$$979 \div 89 = 11 \quad 3878 \div 87 = 44 \quad 6237 \div 81 = 77$$

$$7744 \div 88 = 88 \quad 1826 \div 83 = 22 \quad 4750 \div 86 = 55$$

$$6776 \div 88 = 77 \quad 8118 \div 82 = 99 \quad 2772 \div 84 = 33$$

$$5808 \div 88 = 66 \quad 7480 \div 85 = 88 \quad 8811 \div 89 = 99$$

9. 九歸幾除的練習題

$$1001 \div 91 = 11 \quad 4004 \div 91 = 44 \quad 6534 \div 99 = 66$$

$$8712 \div 99 = 88 \quad 2002 \div 91 = 22 \quad 5005 \div 91 = 55$$

$$7007 \div 91 = 77 \quad 9009 \div 91 = 99 \quad 5267 \div 99 = 53$$

$$6006 \div 91 = 66 \quad 8008 \div 91 = 88 \quad 9801 \div 99 = 99$$

十三 整數和小數的除法(下)

除數的位數在二位以上的除法，又叫做「幾歸幾除幾除」，或者「幾歸幾幾除」。比方，除數是234，就叫做「二歸三除四除」，或者叫做「二歸三四除」。

這種除法的撥珠次序如下：

第一 用除數的第一位，用歸法去除被除數的第一位。

第二 依照除數兩位的除法，用除數的第二位乘假定的商數從剩下的被除數裏面減去。減的時候，商數的右一檔是本檔；十數在本檔上減去，個數在本檔的右一檔上減去。

第三 用除數的第三位乘假定的商數，從剩下的被除數裏面減去。減的時候，商數的右二檔是本檔；十數在本檔上減去，個數在本檔的右一檔

上減去。

第四 如果除數有四位五位，就依照上條，挨次乘假定的商數，挨次從剩下的被除數裏面減去。減的時候，本檔的位子也是挨次向右移過一檔。要減去的十數，總是在本檔上減去；個數總是在本檔的右一檔上減去。

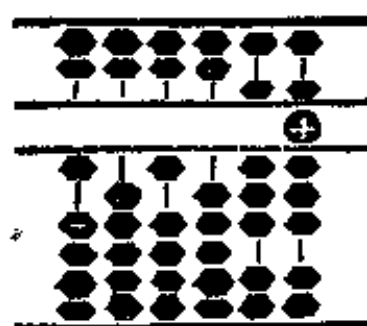
第五 如果除數裏面有一個零或者幾個零；那末，在減去的時候，就把本檔的位子向右移過一檔或者幾檔。

第六 一直到除數的各位都乘過假定的商數，從被除數裏面減去過以後，那個假定的商數就完全確定了，叫做「初商」。

第七 如果這時候被除數還有剩餘，就再用第一到第六的方法求得「次商」。以後再繼續把剩下的被除數除盡或者除到想要求得的商數為止。

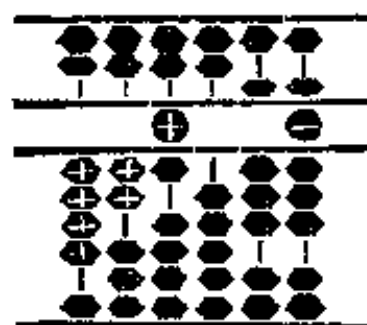
第八 求得全部的商數以後，如果除數整數是幾位，商數的單位，就比較被除數原來的單位向左移過幾位。例， $101088 \div 224 = ?$

第一 求初商的手續如下：——

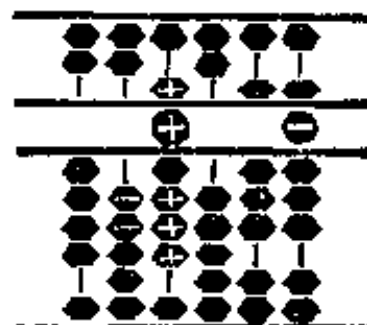


被除數101088

(圖一五二)

無除起一下還二
二一添作五

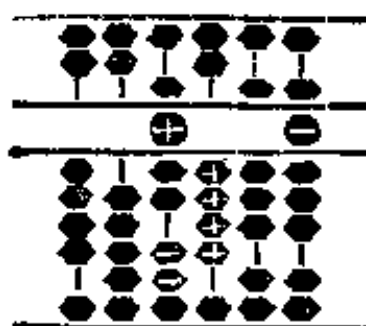
(圖一五三)



三四除二十二

本
檔

(圖一五四)

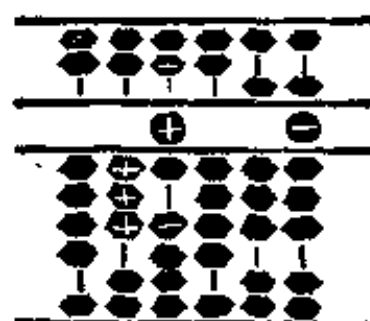


四四除一十六

本
檔

(圖一五五)

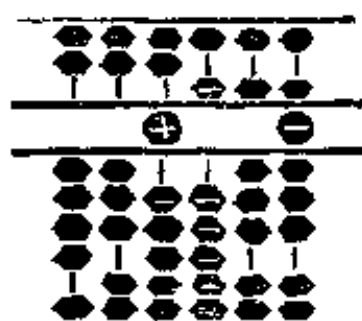
第二 求次商的手續如下：——



本
檔

（圖一五六）

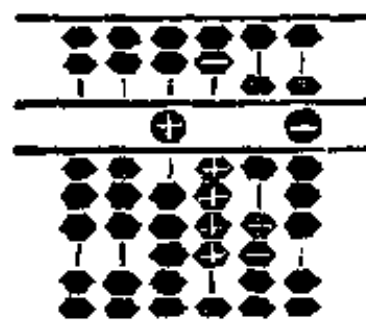
逢
六
進
三



本
檔

（圖一五七）

三
三
除
九

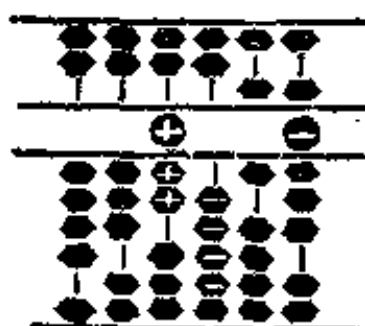


本
檔

（圖一五八）

三
四
除
一
十
二

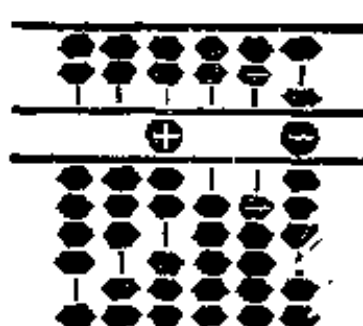
第三 求三商的手續如下：



本
檔

（圖一五九）

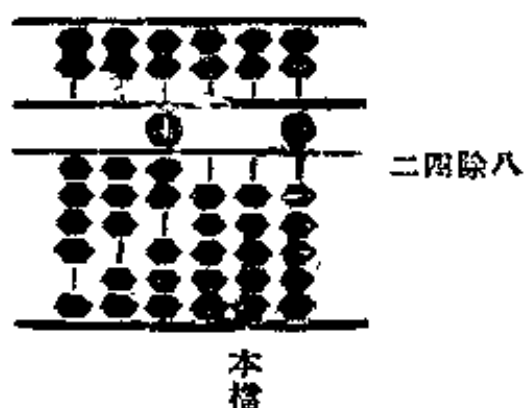
逢
四
進
二



本
檔

（圖一六〇）

二
三
除
六



(圖一六一)

第四 全部的商數是432,單位比較被除數原來的單位向左移過了三檔。

× × ×

小數的除法，不論除數是小數也好，被除數是小數也好，或者，兩下都是小數也好，那種撥珠唸歌的法子都和整數的除法一樣。要注意的地方，就只在商數的單位怎麼樣決定。

關於小數的除法上商數單位的決定，也是拿除數做標準；至於被除數是整數也好，是小數也好，在這裏是沒有關係的。

第一 如果除數是個帶小數，那商數的單位也還是依據那個帶小數的整數部份做標準。如果那個整數部份有一位，那商數的單位就比較被除數原來的單位向左移過一檔；如果有二位，就向左移過二檔；等等。

第二 如果除數是一個純小數，那個純小數的十分

位上是一個有效數字；那末，商數的單位就仍舊在被除數原來的單位上，不要移動。

第三 如果除數是一個純小數，那個純小數的第一個有效數字在百分位上；也就是那個有效數字和那個純小數的單位中間，還空着一個位子。這時候，商數的單位，比較被除數原來的單位，就要向右（不是向左了）移過一檔。

第四 如果那個有效數字和那個純小數的單位中間空着兩個位子，那商數的單位就要向右移過兩檔；空着三個位子，就移過三檔；等等。

比方：

第一 法幣1200元，買米12.5石，求每石的價。

這個題目的除數是一個帶小數，整數部份有兩位；所以，商數的單位比較被除數原來的單位向左移過二檔。

第二 法幣48元，買米0.5石，求每石的價。

這個題目的除數是一個純小數，這個純小數的第一個有效數字在十分位上；所以，商數的單位仍舊在被除數原來的單位上。

第三 法幣4.8元，買米0.05石，求每石的價。

這個題目的除數也是一個純小數；這個純小數的第一個有效數字在百分位上；也就是這個有效數字和這個純小數的單位當中，還空着一個

位子。所以，商數的單位，就比較被除數原來的單位向右移過一檔。

× × ×

整數和小數的除法，前面已經完全說過了。現在把決定商數單位的理由，說明於下：——

決定商數單位的根本理由是：「在被除數裏面，那個除數首位數位的左一檔，在置上商數以後，他變成商數的單位」了。比方：——

（一）用一個整數去除的時候，如果那個除數的首位是一個百位數；那在除得商數以後，被除數裏頭百位數的左一檔，就變成商數的單位了。如果除數的首位是一個十位數，那個被除數裏頭十位數的左一檔，就變成商數的單位了。如果除數是一個個位數，那個被除數裏頭個位數的左一檔，就變成商數的單位了。所以，除數是整數幾位，單位就向左移過幾檔。

（二）用一個純小數去除的時候，如果除數的首位數是在十分位上；那在除得商數以後，被除數裏頭十分位數的左一檔，就變成商數的單位了。但是，這個單位所在的那一檔，正是原來被除數的單位所在。所以，在這種情形底下，單位是不移的。

（三）若是所用純小數的除數，他的首位有效數字

在百分位上；那在除得商數以後，被除數裏頭百分位數的左一檔，就變成商數的單位了。這時候，便是把被除數原來的單位，向右移過了一檔。

再，如果除數首位的有效數字在千分位上；那個被除數裏頭千分位數的左一檔，就變成商數的單位了。這時候，便是把被除數原來的單位，向右移過了二檔。

習 題 十 五

1. 把習題十一裏頭的第二表拿來反用，把表裏面的積數作為被除數，把表上面的三位乘數作為除數，求所得商數是否和表左面的乘數相等。
2. 把習題十一裏頭的第三表拿來反用，把表裏面的積數作為被除數，把表上面或表左面的乘數作為除數，求所得商數是否和另一乘數相等。
3. 把習題十二裏頭的四個題目，拿來反求，看還原的數目對不對？尤其要注意商數的單位對不對？

十四 整小數的乘法和除法

現在把乘法和除法合起來談一談。

從前我們研究過，加法和減法是互相反對的。因此，從加減發生出來的乘除，也是互相反對的了。

就因為乘法和除法是互相反對的；所以，用乘法算得的結果，用除法可以還原；用除法算得的結果，用乘法也可以還原。比方，用三去乘五，得一十五；若是再用三去除十五，便可以還原到五。再，用二去除一十四，得七；若是再用二去乘七，又可以還原到一十四。

又因為有這個道理，所以我們又利用他來做驗算的根據。比方，用三去乘五，得了一十五；這所得的一十五，有不有錯誤呢？這時候，我們就用除法去驗一驗：用三去除十五，看所得的是不是五。如果是五，那所得的十五就不錯；如果不是五，那就錯誤了。再，用二去

除十四，得了七；這所得的七，有不有錯誤呢？這時候，我們就用乘法去驗，再用二去乘七，看所得的是不是十四。如果是十四，那就對了；如果不是十四，那就錯了。

× × ×

乘法和除法固然是互相反對的；但是，在演算上，他們却可以互相代替，這似乎是一件很奇怪的事情。（加法和減法也可以互相代替，不過要多說到一點關於負數的道理才可以說明；所以，前面就把他省略了。

比方， $8 \times 2 = 16$

$8 \div 0.5 = 16$

這兩個式子裏頭的被乘數和被除數都是8，結果都是16。不同的地方，一個是用乘，另一個卻是用除。乘數是2，除數是0.5。

這個2和0.5，他們這兩個數目有一個特點；就是他們兩個數目相乘得數是「1」。凡是兩個數相乘得「1」的數目，相互間叫做倒數。比方，2是0.5的倒數，0.5是2的倒數。

從上面兩個式子的事實看來，凡是用一個數（比方2）去乘一個數（比方8）；若是不用乘，改用這個乘數的倒數（比方0.5）去除，那結果是一樣的（比方16）。

或者，用一個數（比方0.5）去除一個數（比方8）；若是不用除，改用這個除數的倒數（比方2）去乘，

那結果也是一樣的（比方16）。

就因為有這個事實，所以我們又來利用他作為驗算的根據。或者，又利用他作為打盤上減省手續的根據。

比方，用0.5去除8，得16，這所得的結果有不有錯誤呢？這時候，我們就可以再用0.5的倒數2去乘8，看所得的是不是16。如果是16，那就是對的；如果不是16，那就錯了。反轉來，用除法去檢驗乘法的結果也是一樣。

又比方，用125去除1000，這個除數三位的除法，算起來有一點麻煩。因此，就改用乘法，用125的倒數0.008去乘。雖然這個0.008在小數點以後，也有三位；但是有效數字却只有一位，在打盤的時候，卻可以簡便得很多了。

× × ×

我們平日碰到的乘法和除法，每每不是一個單純的乘法或者除法。而是，或者有許多的數目要連乘，或者要連除，或者又要乘又要除。甚至，除了乘除以外，還夾着要加或者要減的數目。

現在就把這些情形，分別的研究一下：——

第一 有許多數目要連乘的時候，可以隨便掉換次序去連乘。比方，本金2000元，年利率0.15，時期3年，求利息。這個题目的普通算法是本金用利率，再用時期去連乘，便得了利息。這

個題目所得的利息是900元。但是，我們如果把連乘的次序掉換一下，先用時期去乘，再用利率去乘，結果也一樣得到900元。就是再用別的連乘次序去乘，結果也還是一樣。就因為有這種道理，所以在我們有許多數目要連乘的時候，就可以用他來驗算。首先用一種連乘的次序計算一下，然後再用另一種連乘的次序來計算一下，看兩次所得的結果是不是相等。

第二 有許多數目要去連除一個數目的時候，可以隨便掉換那些除數的次序去除。比方，利息900元，年利率0.15，時期3年，求本金。這個題目的算法，可以用利率和時期的數目去連除，結果便得了本金2000元。但是，我們也可以把除數的次序掉換一下，首先把時期去除，然後再把利率去除，結果也還是得到本金2000元。

這個道理，也可以拿來驗算。不過，這個道理有一個限制；就是不能夠把被除數拿來和除數掉換次序。

第三 有許多數目要連乘的時候，可以隨便分成好多的組數去乘，然後把各組乘得的結果，總乘起來，得出最後的結果。比方，上面第一條求利息那個題目，可以首先把利率和時期那兩個

數目相乘，然後把乘得的結果再去乘本金2000元，最後的結果也還是得的900元。

第四 有許多數目要連除的時候，也可以首先把那些除數相乘，然後把乘得的結果再去除被除數；所得的結果，也還是和連除的結果一樣。比方，上面第二條求本金的那個題目，可以首先把利率和時期那兩個數目相乘，然後再把乘得的結果去除利息，結果也還是得的2000元。

第五 有許多要加要減的數目，在加減以後，又要用一個數目去乘。對於這樣一個題目，可以在加減以後再用那個數目去乘；也可以首先用那個數目分別的去乘那些要加要減的數目，然後再把那些乘得的結果再來加減。這兩下所得的結果，數目是相等的。

比方，在某工廠做工一天，可得法幣五元，又可得米貼一元，不過要吃去法幣三元的伙食；求做工六天，可賺法幣多少？

這個題目的第一個算法是：——

$$(5元 + 1元 - 3元) \times 6 = 3元 \times 6 = 18元$$

第二個算法是：

$$5元 \times 6 + 1元 \times 6 - 3元 \times 6 = 30元 + 6元 - 18元 \\ = 18元$$

這兩下所得的結果是相等的。

根據這個道理，也可以驗算。

第六 有許多要加要減的數目，在加減以後，又要用一個數目去除。對於這樣一個題目，可以在加減以後，再用那個數目去除；也可以首先用那個數目分別的去除那些要加要減的數目，然後再把那些除得的結果再來加減。這兩下所得的結果，數目是相等的。

比方，股東工人，合營一業，初次獲利2000元，第二次虧本800元，第三次又獲利1200元；問總結起來，每人可獲到淨利多少？

這個題目的第一個算法是：——

$$\begin{aligned}(2000\text{元}-800\text{元}+1200\text{元})\div 2 &= 2400\text{元}\div 2 \\ &= 1200\text{元}\end{aligned}$$

第二個算法是：

$$\begin{aligned}2000\text{元}\div 2-800\text{元}\div 2+1200\text{元}\div 2 &= 1000\text{元}- \\ &400\text{元}+600\text{元}=1200\text{元}\end{aligned}$$

這兩下所得的結果是一樣的。

根據這個道理，也可以驗算。

× × ×

現在再來說到乘法和除法的用場：

第一 乘法的用場有兩個；比方

(1) 米每石價，法幣98元；現在買了三石，須付法幣多少？

這個題目，是要求被乘數的整數倍數；用3去乘98元，就得了。（294元）

- (2) 米每石價，法幣98元；現在買了五斗，須付法幣多少？

這個題目，是要求被乘數的小數倍數，也就是要求被乘數的幾分之幾；用0.5去乘98元，就得了。（49元）

從這兩個題目看來，我們可以知道：乘法有兩個用場，一個是求被乘數的多數倍數，另一個是求被乘數的部份倍數。求多數倍數的結果，積數比較被乘數大；求部份倍數的結果，積數比較被乘數小。

本來，乘法是只有一個用場的，那就是求被乘數的倍數。不過因為用「一」去乘被乘數的時候，所得的結果和被乘數一樣大。只有用比較一大的數目去乘，結果才比較被乘數大；用比較一小的數目去乘，結果才比較被乘數小。因此在乘數「比一大」和「比一小」這兩種不同的數量上，就把乘法分做稍微有點不同的兩種了。

第二 除法的用場也有兩個；比方

- (1) 求法幣十二元裏頭有幾個四元？

這個題目的算法是，求十二元裏面「包容」了幾個四元；這只要用四元去除十二元，就得了。這個題目是用名數除名數，得的是不名數。

- (2) 法幣十二元，做三股平分，求每股得多少？

這個題目的算法是把十二元平分做三股，求「每一」股有多少。這只要用3去除十二元，就得了。（四元）

這個題目，是用不名數去除名數，得的是名數。

從這兩個題目看來，我們可以知道：除法有兩個用場，一個是「求容」，另一個是「求一」。「求容」就是求被除數裏頭包容了除數的多少倍數；「求一」就是把被除數平分做多少份，求他的每一份。

在乘法上，積數是由被乘數和乘數相乘得來的。因此，用被乘數去除積數，可以還原到乘數；用乘數去除積數，也可以還原到被乘數。

這樣看來：乘法的還原有兩種，前一種是名數除名數，後一種是不名數除名數。這在除法上看來，前一種就是「求容」，後一種是「求一」。

習 題 十 六

1. 米每斤價，法幣一元零五分；求米五斤半，值法幣多少？
2. 貨價一萬四千六百八十五元，按百分之五納稅，問該納稅多少？
3. 米四斗二升裝做一袋。現在有米七十二石二斗四升，可以裝做多少袋？
4. 圓的周圍，是他自己的直徑的3.14倍。現在有

一個圓的直徑是三寸五分，求他的周圍有多少長？

5. 米四斤半，值法幣四元四角一分；求米一擔的價！
6. 法幣一百元，買糙米一石二斗五升，求糙米一石的價。
7. 123456789，隨使用一個兩位數或者一個三位數去乘。乘得的積數，隨手又用當時所用的乘數去除，得出原數來。
8. 123456789，隨使用一個兩位數或者三位數去除。除得的商數，隨手又用當時所用的除數去乘，得出原數來。
9. (7)(8)兩題，要把乘數或者除數，多掉換若干次，多打若干盤，把~~多~~的乘除法練習純熟。

[G e n e r a l I n f o r m a t i o n]

书名 = 珠算手册

作者 =

页数 = 1 5 6

S S 号 = 0

出版日期 =

V s s 号 = 6 3 1 4 8 2 7 7